

**Численное решение задачи индукционного каротажа
с использованием математической библиотеки Intel®MKL**

Глинских В. Н., Лисица В.В., Соловьев С.А.

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, г. Новосибирск

В настоящей работе разработан алгоритм решения прямой задачи индукционного каротажа, основанный на численном моделировании электромагнитных полей в осесимметричных средах. Конечно-разностная аппроксимация системы уравнений Максвелла и идеально поглощающий слой [2] или PML (Perfectly Matched Layer), приводят к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), которая решается с использованием компоненты PARDISO из математической библиотеки Intel®MKL, основанной на прямом методе решения СЛАУ при параллельных вычислениях. Представлены результаты тестирования алгоритма в геоэлектрических моделях нефтеводонасыщенных коллекторов, а также модели баженовской свиты. Для последней модели проведено сравнение полученных результатов с практическими диаграммами высокочастотного электромагнитного каротажа (ВИКИЗ) [1]. Все вычисления проведены на персональном компьютере, что подтверждает высокую эффективность, а также малую ресурсоемкость вычислений программной реализации предложенного алгоритма.

Ключевые слова: индукционный каротаж, геоэлектрическая модель, система линейных алгебраических уравнений, параллельные вычисления.

Одним из перспективных методов при изучении нефтегазовых месторождений является индукционный каротаж (ИК). Применительно к задачам ИК возникает необходимость в проведении многочисленных расчетов краевых задач, которые заключаются в моделировании электромагнитных полей в моделях геологических сред с известным геометрическим и электрофизическим параметрами. Для повышения эффективности метода ИК необходимо совершенствовать расчетные модули, что невозможно без использования особенностей современной архитектуры как с общей так и распределённой памятью, а также без применения математического программного обеспечения. В настоящее время наиболее распространенным направлением для этого является отделение времени путём применения преобразования Фурье и получении комплексного пространственного оператора. Аппроксимация дифференциальных уравнений и краевых условий приводит, будь то методы конечных элементов или конечных разностей, к ресурсоемкой проблеме по решению разреженных СЛАУ большой размерности. Большинство методов решения СЛАУ можно разделить на два класса – итерационные методы, позволяющие найти приближенное решение системы с заданной степенью точностью и прямые, предоставляющие точное решение (с машинной точностью) за конечное число арифметических операций. Основное внимание в последнее время уделяется итерационным методам. Однако при этом могут возникнуть трудности в задачах ИК при вертикальном перемещении зонда в скважине, связанные с необходимостью многократного расчета электрофизических полей, что в свою очередь приводит к многочисленным запускам итерационного процесса.

В настоящей работе используется прямой метод, основанный на LU-разложении матрицы исходной СЛАУ. Преимущество прямого метода заключается в том, что наиболее ресурсоемкий этап LU-разложения производится один раз для всей расчетной области, после чего решаем алгебраическую систему $LUx=b$ для набора правых частей, соответствующих разным положениям зонда в скважине.

Постановка задачи и алгоритм её решения

Опишем математическую постановку задачи. Геоэлектрическая модель описывает пересечённую вертикальной цилиндрической скважиной пачку пластов с горизонтальными плоскопараллельными границами, в которых есть одна или несколько коаксиально-цилиндрических зон. Модель характеризуется известными кусочно-постоянными значениями удельной электропроводности σ , магнитной μ и диэлектрической проницаемости ε . Сторонним источником является виток токовый виток, в котором течет ток, изменяющийся во времени t по гармоническому закону с частотой ω . В силу симметрии модели и индуктивного источника сторонний ток имеет только азимутальную ненулевую компоненту j , а свойства среды являются осесимметричными. Уравнения Максвелла рассматриваются в цилиндрической системе координат.

Применение интегрального преобразования Фурье по времени к уравнениям Максвелла трансформирует её в систему дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \gamma \vec{E} + \vec{j} \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= i\omega \mu \mu_0 \vec{H} \\ \gamma &= (\sigma - i\omega \varepsilon_0) \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

Учитывая осесимметричные свойства среды и азимутальную направленность тока, электрическое поле имеет аналогичную структуру $\vec{E} = (0, E_\varphi, 0)$. На оси симметрии ставятся нулевые граничные условия для напряженности электрического поля \vec{E} . В результате конечно-разностной аппроксимации системы (1) и последующим исключением компонент вектора напряженности магнитного поля \vec{H} , получаем систему

$$Lu = f, \quad (2)$$

где u – искомая азимутальная компонента электрического поля, f – вектор, содержащий информацию о граничных условиях и возбуждающем токе, а оператор L является комплексным, либо может быть представлен в симметричном знаконеопределенном виде [3], [4].

Расчетная область – прямоугольная, скважина, кольцо источника и кольца приемников, а также границы раздела сред проходят по координатным линиям. Для решения СЛАУ (2) используется компонента PARDISO из математической библиотеки Intel®MKL (<http://software.intel.com/en-us/intel-mkl>). Процесс факторизации в данной компоненте распараллелен и оптимизирован для работы с многоядерными вычислительными системами с общей памятью (OpenMP).

В результате использования формата CSR (compress sparse row), предназначенного для эффективного хранения разреженных матриц, основной объем оперативной памяти требуется для хранения LU-разложения матрицы. Однако если одновременно моделировать электромагнитные поля для различных положений зонда в скважине, значительная часть памяти требуется для хранения решений.

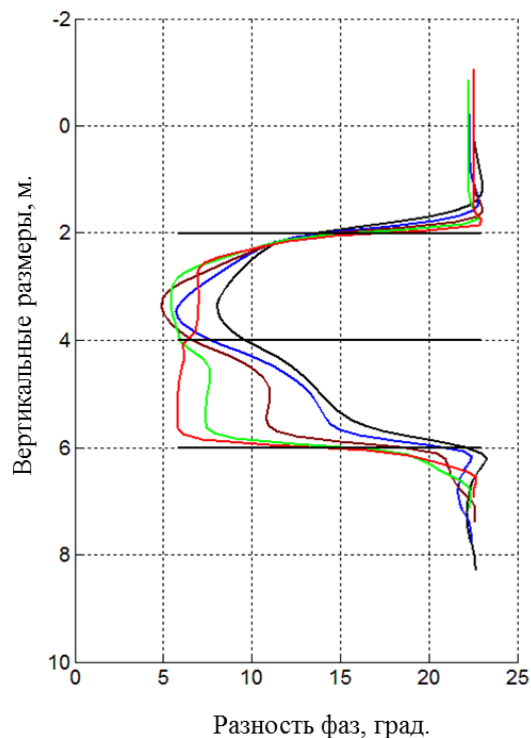
Численные эксперименты

Для оценки эффективности предложенного алгоритма проведена серия численных экспериментов. В качестве примера рассматривалась геоэлектрическая модель нефтеводонасыщенного коллектора в глинистых отложениях. Модель описывается двумерным распределением удельного электрического сопротивления (УЭС), магнитная и диэлектрическая проницаемости постоянны. Глинистые отложения характеризуются УЭС 3 Ом, нефтенасыщенный слой – 35 Ом (в зоне проникновения 15 Ом), водонасыщенный – 5 Ом (в зоне проникновения 25 Ом) и в скважине – 2 Ом. Радиус скважины 0.108 м, зон проникновения – 0.5 м. Пласты равномошные (2 м). Размеры расчетной области 8 м по вертикальной оси z , и 1 м по радиальной. Стоит отметить, что задание такого малого размера по оси r стало возможным благодаря использованию идеально поглощающего слоя PML. Шаги сетки задаются по 1 см в каждом из направлений.

Проведено моделирование диаграмм пяти зондов ВИКИЗ, с шагом перемещения 10 см вдоль оси скважины. Результатом моделирования являются диаграммы разностей фаз напряженности электрического поля между сближенными кольцами приемника каждого из пяти зондов (см. рис. 1б). Следует добавить, что для вычисления одного зонда требовалось не более 20 секунд машинного времени. Общие характеристики системы: Intel Core i7-3770K, 3.50GHz, 4 вычислительных ядра, RAM 32GB.



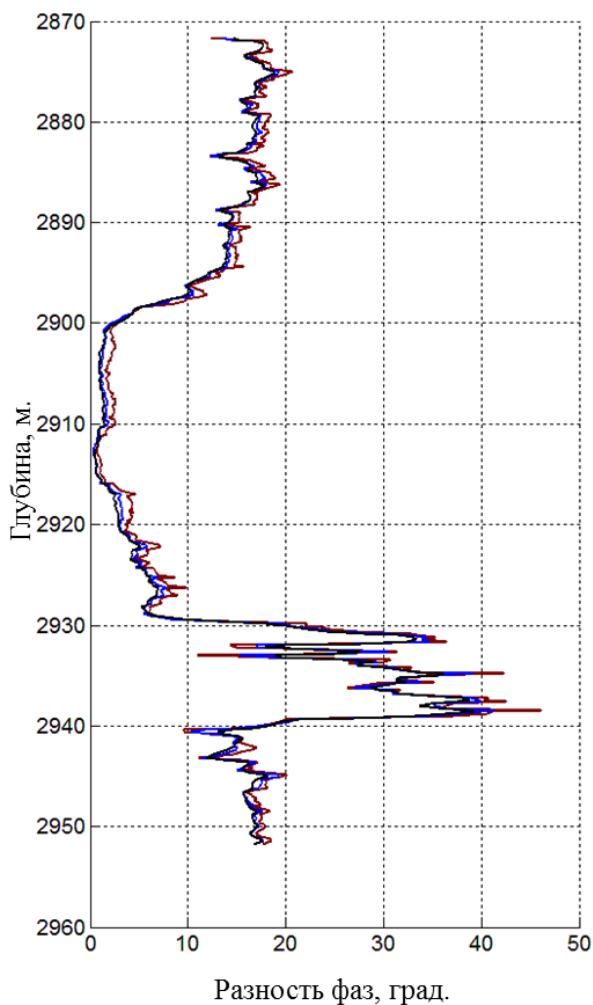
а



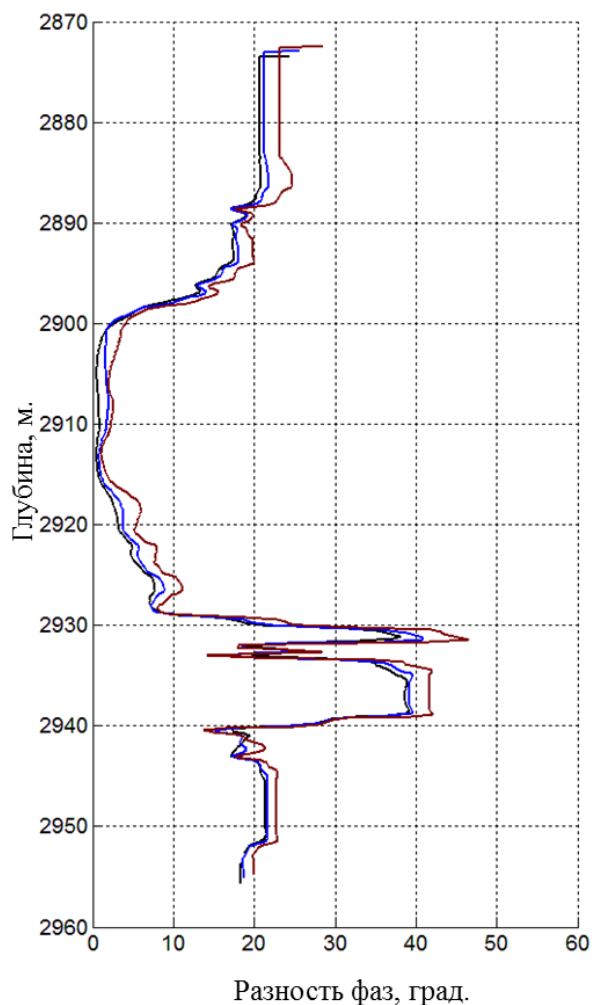
б

Рисунок 1. а. Геоэлектрическая модель среды и расчётная область; б. Результаты численного моделирования диаграмм пяти зондов ВИКИЗ.

В качестве второго примера рассматривается геоэлектрическая модель баженовской свиты, полученная на основе одномерной численной инверсии практических данных ВИКИЗ. В отличие от первой модели, где варьировалось только УЭС, в этом примере диэлектрическая проницаемость (ДП) также характеризуется пространственным распределением. Характеристики модели следующие: число слоев – 47 (11 из них с поглощающими слоями), толщина всех слоев – 85 см. Расчеты проводились для трех зондов ВИКИЗ, с шагом 20 см вдоль оси скважины. Дискретизация расчетной области, как и в первом примере, проводилась с шагом 1 см по каждому направлению. Сравнение экспериментальных диаграмм разностей фаз ВИКИЗ (см. рис. 2а) с численными результатами (см. рис. 2б) говорит о большой достоверности выполненных расчетов. Отдельно следует отметить, что высокая эффективность программной реализации данного алгоритма подтверждается тем, что вычисления проводились на персональном компьютере. Расчеты диаграмм трех зондов ВИКИЗ занимали менее двух минут для расчета и требовали около 19GB оперативной памяти.



а



б

Рисунок 2. Диаграммы разностей фаз зондов ВИКИЗ в геофизической модели баженовской свиты (а. – экспериментальные данные; б. – результаты численного моделирования).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Технология исследования нефтегазовых скважин на основе ВИКИЗ. Методическое руководство // Под ред. Эпова М.И., Антонова Ю.Н. Новосибирск: НИЦ ОИГГМ СО РАН, Изд. СО РАН, 2000, 121 с.
2. Collino F., Tsogka C.: Application of the PML absorbing layer model to the linear elastodynamic problem in anisotropic heterogeneous media. *Geophysics* (2001) vol. 66, no. 1, 294 – 307
3. Bauer C. A., Werner G. R., and Cary J. R. A second-order 3D electromagnetics algorithm for curved interfaces between anisotropic dielectrics on a Yee mesh // *Journal of Computational Physics*. - 2011. - V. 230. - N. 5. - pp. 2060-2075.
4. K. Yee, Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 14 (3) (1966) 302–307.