

## САМОСОГЛАСОВАННЫЕ ЗАДАЧИ ВЫЗВАННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ.

Светов Б. С., Агеев В. В., Кеворкянц С. С., Агеева О. А.

Центр геоэлектромагнитных исследований ГОУ Института физики Земли РАН.

Аннотация. В начале при определенных ограничениях находится аналитическое решение самосогласованной задачи ВП для электрокинетически поляризующегося шара. Стационарное (на больших временах) решение самосогласованной задачи представляет собой совокупность потенциальных, связанных между собой полей: возбуждающего электрического, стороннего и результирующего электромагнитного поля ВП. Стороннее поле представляет собой поле осмотического течения заряженной жидкости и зарядов, возникающих в силу мембранного эффекта в местах сужения поровых каналов. Расчетами показывается различие полей ВП, полученных в результате решения самосогласованной задачи и с помощью феноменологического подхода Сигеля – Комарова. На основе обобщения найденного аналитического решения излагается формулировка самосогласованной задачи ВП для изотропных  $\sigma$ - $\eta$  тел произвольной формы. Решение задачи может быть реализовано аналитическими или численными методами (конечно – разностным, конечных элементов, интегральных уравнений).

*Ключевые слова:* самосогласованные задачи, вызванная поляризация, стороннее поле, электрокинетика, электроосмос, осмос, вязкая жидкость, диффузия.

Самосогласованные задачи геофизики описывают взаимодействующие между собой поля различной природы. Геофизика с такого рода задачами впервые встретила при изучении сейсмoeлектрических явлений [Pride, 1994]. В этой задаче возбуждающее сейсмическое поле порождает в пористой влагонасыщенной среде электрическое поле. В вызванной поляризации дело дополнительно усложняется тем, что, как возбуждающее, так и измеряемое поля являются электромагнитными. Стороннее поле участвует в процессе лишь как промежуточное в общем цикле преобразований. Фактически, общее самосогласованное поле (например, электрокинетической природы) состоит из трёх связанных между собой полей: возбуждающего - электромагнитного, промежуточного – стороннего поля, порождаемого, например, градиентом осмотического давления, и зарядами, возникающими на мембранных перегородках пористой среды, и результирующего – ЭМ поля ВП. Суть и значение самосогласованных задач ВП – раскрытие содержания  $j^{cm}$  через неэлектромагнитные силовые поля.

Во второй половине прошлого века Шейнманном, Геннадинником, Комаровым, Кормильцевым, Seigel и др. были предприняты попытки математически описать это явление, позволившие лучше понять его природу. Однако в виду физической сложности процессов ВП и их зависимости от многих петрофизических параметров геологической среды, попытки строгого математического описания в последние годы были оставлены и геофизики, в основном, переключились на феноменологическую теорию частотной дисперсии проводимости среды (Каменецкий и др.) независимо от природы ВП.

Формулировка общей самосогласованной задачи ВП электрокинетического происхождения строится на основе обобщения такой же задачи для поляризующегося шара. Поле неполяризованного шара в неполяризующейся среде хорошо известно. Если шар поляризуется, то возникший в нем сторонний ток не выходит за пределы поляризующегося тела, и его нормальная компонента создает

на его границе сторонние поверхностные заряды:  $j_r^{cm}(t) * \alpha(t) = - \frac{\partial \rho^{cm}(t)}{\partial t}$

Возникшие заряды создают токи ВП. Нормальная компонента этих токов на границе шара

претерпевает скачок:  $j_{1r}^{ВП}(t) - j_{2r}^{ВП}(t) = - \frac{\partial \rho^{cm}(t)}{\partial t} = j_r^{cm}(t)$

При поляризации и внешней среды:  $j_{1r}^{ВП}(t) - j_{2r}^{ВП}(t) = j_{2r}^{cm}(t) - j_{1r}^{cm}(t)$

Сторонний ток пропорционален действующему внутри поляризующегося тела электрическому полю. Это поле включает радиальную компоненту тока ВП внутри шара.

$$j_r^{cm}(t) = -\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2(1-\eta)} \sigma_2 E_0 (1+k_1) \eta(t) \cos \theta$$

На рисунке 1 приводятся графики отношений электрического поля ВП к полю над неполяризуемым шаром в зависимости от коэффициента поляризуемости для двух случаев: более проводящего, чем вмещающая среда ( $\sigma_2/\sigma_1=10$ ), и менее проводящего ( $\sigma_2/\sigma_1=0,1$ ) шара. Один из графиков соответствует самосогласованной задаче, а второй – феноменологическому подходу (алгоритму Сигеля - Комарова). В последнем случае поле ВП, находится как разность значений поля

при  $k_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_2 + 2\sigma_1}$  и  $k_2^{ВП} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2(1-\eta)}{\sigma_2(1-\eta) + 2\sigma_1}$

а б

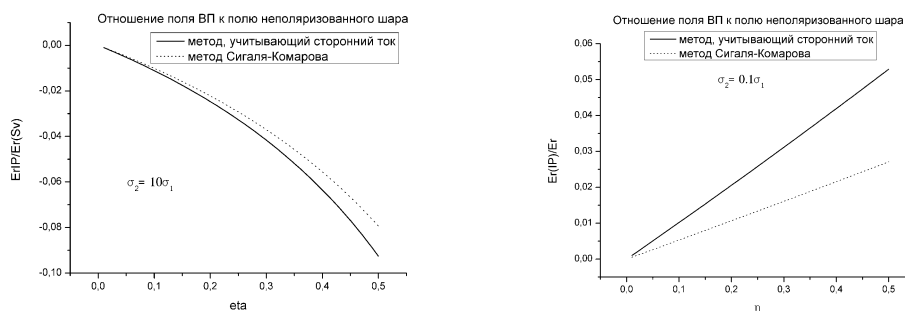


Рис. 1. Графики отношений поля ВП к полю над неполяризуемым шаром в зависимости от коэффициента поляризуемости для двух случаев: а)  $\sigma_2/\sigma_1=10$ , б)  $\sigma_2/\sigma_1=0,1$

Величина напряженности поля ВП и ее зависимость от коэффициента поляризации существенно различаются при больших  $\eta$ .

**Петрофизический комментарий.** При включении электрического поля в среде, содержащей поляризующийся разрез, мгновенно устанавливается электрическое поле, соответствующее неполяризованной среде. Под действием приложенного электрического поля в вязкой заряженной поровой жидкости возникает течение. Вязкость жидкости и ее трение с твердым скелетом породы делает это течение ламинарным и равномерным - возникает электроосмотическое течение и ток. Величина тока зависит от петрофизических свойств среды (геометрии порового пространства, свойств ионосодержащей жидкости и т. п.).

В местах сужения поровых каналов из-за разности чисел переноса анионов и катионов создаются разности концентраций ионных растворов (мембранный эффект). В результате возникает осмотическое давление. Градиент осмотического давления приводит к появлению стороннего (осмотического) течения и стороннего тока, направленного противоположно приложенному электрическому полю, а на границе появляются сторонние поверхностные заряды, создающие токи ВП.

После выключения возбуждающего электрического поля возникшие на мембранных перегородках перепад осмотического давления и накопленные заряды релаксируют и приводят к синхронному спаду электрического и магнитного поля ВП. Для вязкой несжимаемой жидкости можно, используя формулу Гельмгольца Смолуховского, найти значение скорости электроосмотического течения, величину стороннего тока и коэффициент поляризуемости. Зависимость от времени установления поля ВП может быть найдена, решая краевую задачу для уравнения диффузии с заданными из решения стационарной задачи начальными условиями. Аналитические решения задачи диффузии жидкости в пористой среде могут быть найдены лишь в достаточно простых ситуациях. Так, например, решение одномерной задачи диффузии в поровом цилиндрическом канале с периодически изменяющимся диаметром и заданными начальными условиями (модель Фридрихсберга – Сидоровой – Кормильцева - Титова) имеет вид:

$$\alpha(t, \tau) = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \exp\left(-\frac{(2n-1)^2 t}{\tau}\right), \quad \text{где } \tau = \frac{(l_1+l_2)^2}{4\pi^2 D}$$

Стационарное значение и скорость установления поля ВП зависит от петрофизических параметров поляризуемой среды (размеров и формы пор, коэффициента диффузии поровой жидкости, вещества скелета и т. д.). Эти зависимости определяют широкий круг геологических задач, в

которых может найти применение метод ВП. Время установления поляризации определяется временем формирования электроосмотического и стороннего токов, связанных с перемещением вещества (жидкости).

**Лабораторные эксперименты.** Были изучены частотные характеристики тока и напряжения на поляризуемых образцах (ионопроводящий гипсовый цемент, содержащий медные опилки, включаемый в цепь с помощью поляризуемых электродов). На рисунке 2 приведены частотные характеристики модуля импеданса, полученные на RC схеме и на образцах при разном сопротивлении внешней цепи  $r$ . На RC схеме модуль импеданса не зависит от  $r$ . На образцах он существенно изменяется в области высоких и низких частот. Такая зависимость импеданса образца от сопротивления внешней цепи, не следующая из теории пассивных сред, может быть объяснена только появлением стороннего тока, не связанного с возбуждающим электрическим полем законом Ома, и его изменением при изменении внешнего сопротивления.

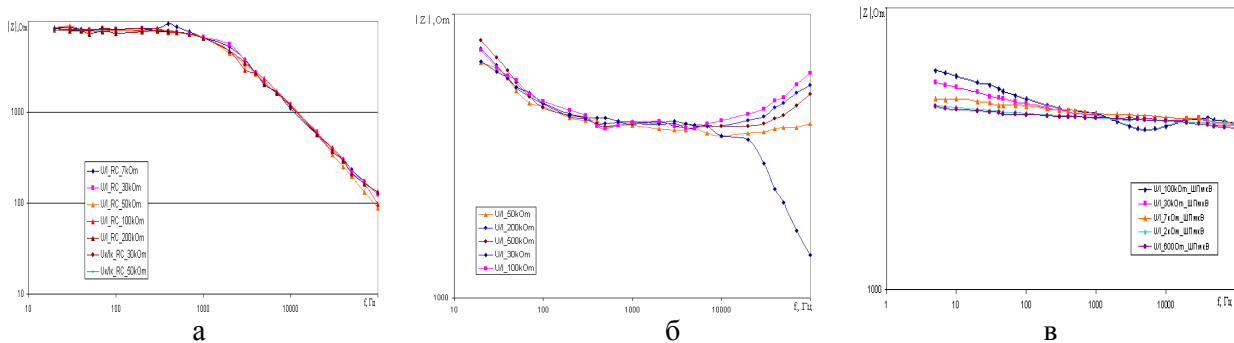


Рис. 2. Частотные характеристики модуля импеданса при разном сопротивлении внешней цепи  $r$ , полученные: а) на RC схеме; б, в) на образцах горных пород.

Другой эксперимент, проведенный во временной области, с большими паузами между возбуждающими импульсами позволил наглядно продемонстрировать многостадийность процесса поляризации.

**Ключевые моменты, характеризующие установление поля ВП:**

1. Включается возбуждающее электрическое поле и со скоростью распространения ЭМ поля во всем пространстве (как в неполяризуемой среде) устанавливается напряженность электрического поля  $E$ .
2. В пористой среде, насыщенной вязкой, ионосодержащей жидкостью, возникает электроосмотическое течение и ток, величина которых зависит от петрофизических свойств порового пространства.
3. В местах сужения поровых каналов из-за разности чисел переноса анионов и катионов создаются разности концентраций ионных растворов (мембранный эффект). В результате возникает осмотическое давление. Градиент осмотического давления приводит к появлению сторонних токов, направленных противоположно приложенному электрическому полю, а на границе появляются сторонние поверхностные заряды, создающие токи ВП.
4. Сторонний ток пропорционален суммарному электрическому полю, включающему поле ВП. Из формулы Гельмгольца – Смолуховского можно найти установившееся значение стороннего течения и тока и коэффициент поляризации.
5. После выключения возбуждающего электрического поля возникшие в порах перепад осмотического давления и накопленные заряды релаксируют, а порожденное ими электрическое и магнитное поля ВП спадают.

**Обобщение самосогласованной задачи.** Все участвующие в задаче поля – потенциальны.

1. Электрическое поле в неполяризованной среде:

$$\bar{U} = \frac{I}{4\pi\sigma R} + U, \quad R = \sqrt{r^2 + z^2}$$

Уравнения поля внутри среды:  $\Delta U_{1,2} = 0, \quad E = -\nabla U$

Условия на границах:  $U_1 = U_2, \quad \sigma_1 \nabla_n U_1 = \sigma_2 \nabla_n U_2$

2. Поле стороннего тока (осмотического течения жидкости).

Уравнения поля внутри среды:  $\Delta P_{1,2} = 0$ ,  $v^{cm} = -\frac{K}{\phi} \nabla P$ ,  $j^{cm} = \rho v^{cm}$

Условия на границе двух поляризующихся сред:  $\left(\frac{K\rho}{\phi}\right)_1 \nabla P_1 = \left(\frac{K\rho}{\phi}\right)_2 \nabla P_2$

Здесь  $P$  - осмотическое давление,  $\rho$  - плотность заряда в жидкости,  $v^{cm} = -\frac{K}{\phi} \nabla P$  - скорость

фильтрационного течения (закон Дарси),  $K$ - проницаемость пористой среды,  $\phi$  - вязкость жидкости.

3. Поле вызванной поляризации. Это обычное стационарное электрическое поле

Уравнения поля внутри среды:  $\Delta U_{1,2}^{ВП} = 0$ ,  $E^{ВП} = -\nabla U^{ВП}$

Условия на границах:  $U_1^{ВП} = U_2^{ВП}$ ,  $\sigma_1 \nabla_n U_1^{ВП} = \sigma_2 \nabla_n U_2^{ВП}$

4. Уравнения связи между полями в стационарном режиме [1-2].

Внутри среды:  $j_2^{cm} = -\eta j_2^\Sigma$ ,  $j_2^\Sigma = \sigma_2 E_2^\Sigma$

На границах сред:  $j_{1,2}^{cm} = -j_{1,2}^{ВП}$

Связь с возбуждающим электрическим полем:  $j_1^{cm} = -\frac{\eta_1}{1-\eta_1} J_1$ ,  $j_1^{ВП} = \frac{\eta_1}{1-\eta_1} J_1$

Эта связь позволяет при известном электрическом поле в неполяризованной среде вычислить поле в такой же среде, но при наличии поляризации.

#### **Основные выводы.**

В самосогласованной задаче определения поля вызванной поляризации электрокинетического происхождения взаимодействуют между собой возбуждающее ЭМ поле, вызванные им электроосмотические токи и порожденные мембранным эффектом сторонние токи осмотического течения поровой жидкости и сторонние заряды, создающие ЭМ поле ВП

Моделирование стационарной задачи вызванной поляризации электрокинетического происхождения на основе решения самосогласованной задачи и с использованием феноменологического подхода (алгоритм Сигеля - Комарова) приводит к различающимся результатам.

Результаты лабораторного эксперимента на образцах горных пород, показывают, что в них протекают сторонние процессы, в результате которых ток и напряжение не связаны между собой законом Ома. Наблюдаемые во временной области переходные характеристики с большими паузами между возбуждающими импульсами позволил наглядно продемонстрировать многостадийность процесса поляризации.

Проведенное обобщение стационарной самосогласованной задачи ВП электрокинетического происхождения позволяет решать эту задачу численными методами для кусочно однородной изотропной  $\sigma$ - $\eta$  области произвольной геометрии, ограниченной гладкой границей. Задачи, аналитически решаемые в постоянном электрическом поле, могут быть аналитически решены и в поляризованной среде.

1. Светов Б. С. , Каринский С. Д. , Агеев В. В., Агеева О. А. Вызванная поляризация электрокинетического происхождения. «Геофизика», 2013, №1, с.71-78.

2. Светов Б. С., Агеев В. В., Каринский С. Д., Агеева О. А. Самосогласованная задача вызванной поляризации электрокинетического происхождения. «Физика Земли» (в печати).