



МОДЕЛИ ГАЛЬВАНИЧЕСКИХ И ИНДУКЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ ПРИ МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКОМ ЗОНДИРОВАНИИ

ПЛОТКИН В.В.

Лаборатория электромагнитных полей
ИНГГ СО РАН, г. Новосибирск

Искажения кривых МТЗ вызваны нелокальностью электромагнитного отклика зондируемой среды. Рассмотрим простую модель, когда горизонтально слоистая среда включает локализованные возмущения электропроводности $\sigma'(x, y, z)$ вида:

$$\sigma'(x, y, z) = \sigma_1 \delta(x - x') \delta(y - y') \delta(z - z'), \quad \sigma_1 = \int \sigma'(x, y, z) dV$$

При возбуждении среды вертикально падающей плоской волной амплитуды пространственных гармоник поля первого приближения удовлетворяют следующим уравнениям (по методу возмущений, поле $\sim e^{i\omega t}$):

$$\frac{d^2 e_{x,y}^{(1)}}{dz^2} - k_n^{\pm 2} e_{x,y}^{(1)} = \frac{i\omega\mu_0\sigma_1}{8\pi^2} e^{-ik_x x' - ik_y y'} \delta(z - z') E_{x,y}^{(0)}(z'),$$

$$k_n^{\pm} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + i\mu_0\omega\sigma_n^{\pm}}$$

Тогда для амплитуд справедливо выражение (без учета отражений от земной поверхности):

$$e_{x,y}^{(1)}(z') = -\frac{2R^+R^-}{k_1^+R^- - k_1^-R^+} \frac{i\omega\mu_0\sigma_1}{8\pi^2} e^{-ik_x x' - ik_y y'} E_{x,y}^{(0)}(z'),$$

$$R^\pm = \pm \operatorname{cth} \left\{ k_1^\pm h_1^\pm + \operatorname{arcth} \left[\frac{k_1^\pm}{k_2^\pm} \operatorname{cth} \left(k_2^\pm h_2^\pm + \dots \operatorname{arcth} \frac{k_{N-1}^\pm}{k_N^\pm} \right) \right] \right\}.$$

Здесь необходимо учесть связь полей на уровне возмущения с их значениями на земной поверхности. Она выражается достаточно громоздкими формулами.

Приведем для наглядности окончательные выражения для случая возмущения в однородной среде:

$$E_{x,y}^{(1)}(x, y, z) = -E_{0x,0y} e^{-k_0 z'} \frac{i\omega\mu_0 \sigma_1}{4\pi} \frac{e^{-k_0 \sqrt{r_0^2 + (z-z')^2}}}{\sqrt{r_0^2 + (z-z')^2}},$$

$$H_{y,x}^{(1)}(x, y, 0) = \mp E_{0x,0y} e^{-k_0 z'} \frac{\sigma_1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial z'} \frac{e^{-k_0 \sqrt{r_0^2 + z'^2}}}{\sqrt{r_0^2 + z'^2}},$$

$$r_0^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2.$$

Электрическое поле представляет собой сферическую волну из точки локализации неоднородности и затухающую в среде на расстояниях порядка толщины скин-слоя от центра неоднородности.

Вклад в добавки к импедансам в точке зондирования от удаленных как по глубине, так и по латерали малых возмущений электропроводности определяется следующим образом:

$$Z_{xy}^{(1)} = -\frac{i\omega\mu}{k_0} e^{-k_0 z'} \frac{i\omega\mu\sigma_1}{4\pi} \left(M(r_0, z') - \frac{\partial}{k_0 \partial z'} M(r_0, z') \right), \quad M(\xi_1, \xi_2) = \frac{e^{-k_0 \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2}}}{\sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2}},$$

$$Z_{yx}^{(1)} = -Z_{xy}^{(1)}, \quad Z_{xx}^{(1)} = \frac{E_x^{(1)} - Z_{xy}^{(0)} H_y^{(1)}}{H_x^{(0)}}, \quad Z_{yy}^{(1)} = \frac{E_y^{(1)} - Z_{yx}^{(0)} H_x^{(1)}}{H_y^{(0)}}.$$

При $(x - x')^2 \ll (y - y')^2 + z'^2$

$$Z_{xx}^{(1)} = \frac{i\omega\mu}{k_0} e^{-k_0 z'} \frac{i\omega\mu\sigma_1}{4\pi} (x - x') \left(\frac{\partial}{\partial y'} M(y - y', z') - \frac{\partial^2}{k_0 \partial y' \partial z'} M(y - y', z') \right).$$

При $(y - y')^2 \ll (x - x')^2 + z'^2$

$$Z_{yy}^{(1)} = -\frac{i\omega\mu}{k_0} e^{-k_0 z'} \frac{i\omega\mu\sigma_1}{4\pi} (y - y') \left(\frac{\partial}{\partial x'} M(x - x', z') - \frac{\partial^2}{k_0 \partial x' \partial z'} M(x - x', z') \right).$$

Рассмотренные возмущения поля носят индукционный характер, так как при понижении частоты их амплитуда стремится к нулю. В то же время толщина скин-слоя на больших временных периодах неограниченно возрастает, необходим учет все более дальних неоднородностей.

С другой стороны, если толщина скин-слоя много больше размера неоднородности, поле подчиняется другому уравнению, становится потенциальным, не зависит от частоты и описывает гальванические эффекты:

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0, \quad \sigma_0 \vec{\nabla} \left(\vec{E}^{(1)}(x, y, z) \right) = - \left(\vec{E}^{(0)} \vec{\nabla} \right) \sigma'(x, y, z).$$

Его решение описывается полем электрического диполя:

$$\vec{E}^{(1)}(x, y, z) = \frac{\sigma_1}{4\sigma_0} \left[\frac{\vec{E}^{(0)}}{r^3} - \frac{3\vec{r} \left(\vec{E}^{(0)} \vec{r} \right)}{r^5} \right], \quad \vec{r} = (x - x', y - y', z - z')$$

При описании гальванических искажений использовался метод возмущений. Если возникающие в неоднородной среде заряды приводят к полям, сравнимым по величине с полем, возбуждающим среду, нужно учитывать и их влияние на перераспределение зарядов:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int \left\{ \left[\vec{E}_0 + \vec{E}(\vec{r}') \right] \frac{\nabla \sigma(\vec{r}')}{\sigma(\vec{r}')} \right\} \frac{\vec{R}}{R^3} dV', \quad \vec{R} = \vec{r}' - \vec{r}$$

Если в горизонтально слоистой среде неоднородности сосредоточены в тонкой в сравнении с толщиной скин-слоя пленке, то после интегрирования по ее толщине для горизонтальных компонент электрического поля верно:

$$\vec{E}_\perp(x, y) = \frac{1}{4\pi} \int \left\{ \left[\vec{E}_0 + \vec{E}_\perp(x', y') \right] \frac{\nabla_\perp S(x', y')}{S(x', y')} \sqrt{S(x', y') T(x', y')} \right. \\ \left. + E_{z-}(x', y') - E_{z+}(x', y') \right\} \frac{\vec{R}_\perp}{R_\perp^3} dx' dy', \quad \vec{R}_\perp = \{x' - x, y' - y\},$$

Используя двумерное Фурье разложение и представляя неоднородностей пленки следующим образом

$$\frac{\nabla_{\perp} S}{S} \sqrt{ST}(x, y) = \int \vec{f}(k_x, k_y) \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y,$$

$$\vec{f}(k_x, k_y) = \frac{1}{4\pi^2} \int \frac{\nabla_{\perp} S}{S} \sqrt{ST}(x, y) \exp(-ik_x x - ik_y y) dx dy,$$

получим уравнение для горизонтальных компонент электрического поля на пленке в виде:

$$\vec{E}_0 \vec{f}(k_x, k_y) + \left(\frac{k_x^2 + k_y^2}{k_1} R^* - \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \right) e^{(1)}(k_x, k_y) + \int \vec{f}(\vec{\xi}) i(\vec{k} - \vec{\xi}) e^{(1)}(\vec{k} - \vec{\xi}) d\xi_x d\xi_y = 0,$$

$$R^* = \operatorname{cth} \left\{ k_1 h_1 + \operatorname{arcth} \left[\frac{k_1 \sigma_2}{k_2 \sigma_1} \operatorname{cth} \left(k_2 h_2 + \dots \operatorname{arcth} \frac{k_{N-1} \sigma_N}{k_N \sigma_{N-1}} \right) \right] \right\}.$$

Рассмотрим простой случай, когда неоднородности представлены одной пространственной гармоникой:

$$\frac{\nabla_{\perp} S}{S} \sqrt{ST}(x, y) = \vec{F} \left[e^{i\vec{k}_0 \vec{r}} + e^{-i\vec{k}_0 \vec{r}} \right],$$

$$\vec{f}(k_x, k_y) = \vec{F} \left[\delta(\vec{k} - \vec{k}_0) + \delta(\vec{k} + \vec{k}_0) \right].$$

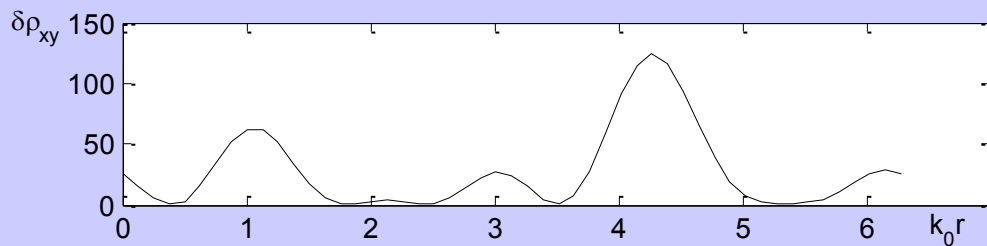
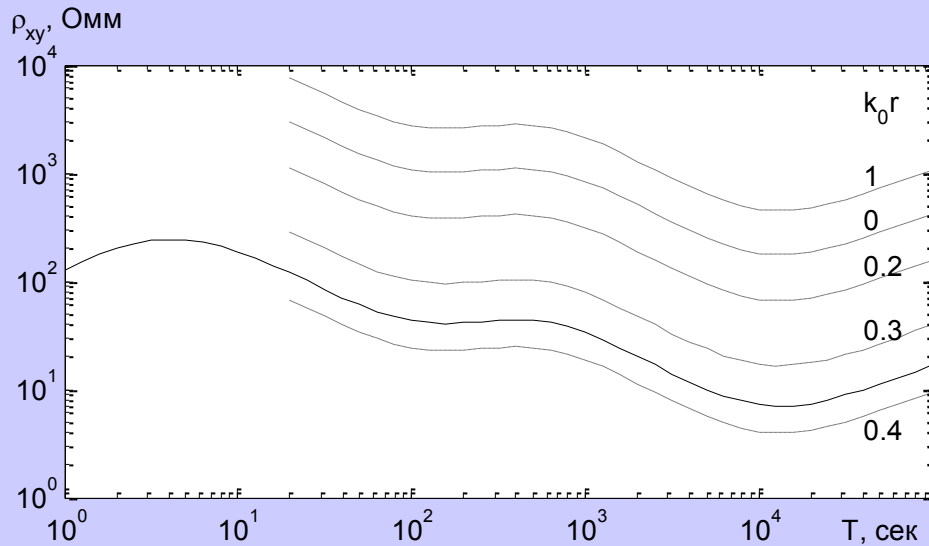
Тогда для поля получается следующее выражение:

$$\vec{E}_{\perp}(\vec{r}) = \frac{\vec{k}_0(\vec{k}_0 \vec{E}_0)}{k_0^2} \frac{2 \operatorname{Im} \beta}{1 + 2|\beta|^2} \left\{ \left(1 + |\beta|^2 \right) \sin \vec{k}_0 \vec{r} - \operatorname{Im} \beta \cos 2\vec{k}_0 \vec{r} - |\beta|^2 \cos 3\vec{k}_0 \vec{r} \right\},$$

$$\beta = i \frac{hk_0/2}{R^* - 1}, \quad S(x, y) = S_0 \exp(\sin \vec{k}_0 \vec{r}), \quad \vec{F} = h\vec{k}_0/2, \quad h = \text{const.}$$

Поле определяется величиной приведенного импеданса полупространства под пленкой, отношением толщины пленки к характерному размеру неоднородностей. Оно не зависит от средней электропроводности пленки.

Кажущееся сопротивление среды в зависимости от периода (вверху) для моделей без приповерхностных неоднородностей (сплошная линия) и с ними (пунктир) в различных пунктах по горизонтали (относительное расстояние $k_0 r$), а также коэффициент гальванического смещения в зависимости от $k_0 r$ (внизу):




$$\rho_{xy} = \frac{|Z_{xy}|^2}{\omega\mu_0}$$

$$= \frac{1}{\omega\mu_0} \frac{|\vec{E}_{0x} + \vec{E}_x|^2}{|\vec{H}_y|^2}$$

$$= \rho_{xy}(E_x = 0) \left| 1 + \frac{E_x}{E_{0x}} \right|^2$$

$$= \rho_{xy}(E_x = 0) \times \delta\rho_{xy}.$$



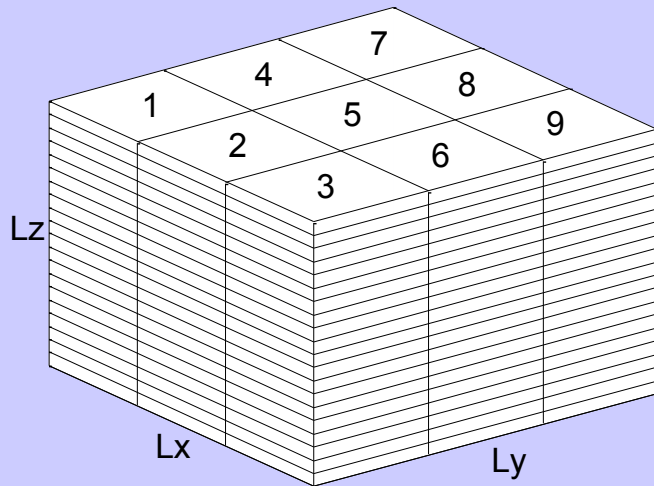
Представленные аналитические модели индукционных и гальванических эффектов помогают понять природу нелокальности электромагнитного отклика и особенности возмущений МТ кривых.

Для практики МТЗ важно создать численные алгоритмы учета этой нелокальности отклика поля, требующие минимальных затрат и изменений существующих методик и аппаратуры для эксперимента.

Следует попытаться воспользоваться возможностями синхронной регистрации в ограниченной области на поверхности зондируемой среды с помощью небольшого количества пунктов зондирования и применить новые метода анализа МТ поля .

Магнитотеллурическое поле имеет диффузионный характер. Поэтому на величинах компонент поля в точке их регистрации (точке 5) существенно сказывается лишь обстановка в окрестности порядка толщины скин-слоя на частоте зондирования. Это означает, что при инверсии

данных и решении обратной задачи достаточно варьировать электропроводность лишь в указанной окрестности (точки 1-9) и тем самым снизить требования к необходимым вычислительным ресурсам, а также повысить быстродействие алгоритма обработки данных МТЗ для сложных геологических условий.




При расчетах электромагнитного поля можно использовать метод Треффца, сходный с методом конечных элементов. Расчетная область представлена совокупностью нескольких конечных элементов в виде параллелепипедов, в которых среда однородна. Внутри элементов в качестве базисных функций используются точные решения уравнений Максвелла в виде плоских волн:

$$E_x = a_1 e^{k(y-y_n)} + a_2 e^{-k(y-y_n)} + a_3 e^{k(z-z_l)} + a_4 e^{-k(z-z_l)},$$

$$E_y = a_5 e^{k(x-x_m)} + a_6 e^{-k(x-x_m)} + a_7 e^{k(z-z_l)} + a_8 e^{-k(z-z_l)},$$

$$E_z = a_9 e^{k(x-x_m)} + a_{10} e^{-k(x-x_m)} + a_{11} e^{k(y-y_n)} + a_{12} e^{-k(y-y_n)}.$$

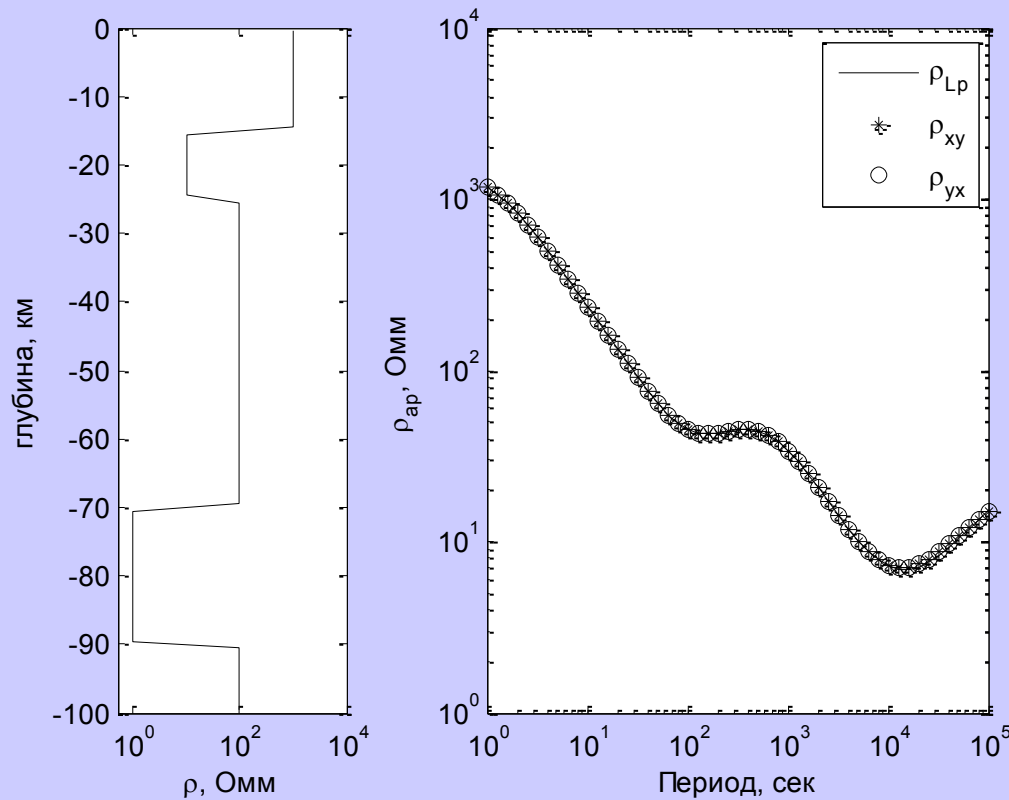


Преимущество алгоритма в том, что можно применить поэтапный подход, при котором исследуемый объем последовательно заменяется возрастающим количеством параллелепипедов. Это дает возможность достигать компромисса между необходимой точностью и вычислительными затратами.

На нижней и на боковых гранях расчетной области были поставлены условия излучения. На верхней грани объема задавались входные значения горизонтальных компонент магнитного или электрического поля.

Для определения всех элементов тензора импеданса в точке зондирования расчет осуществлялся дважды с линейно независимыми входными значениями компонент поля на поверхности объема. Затем определялись значения кажущегося сопротивления.

В качестве примера рассмотрим случаи зондирования 3-D неоднородной среды с двумя слоями пониженного сопротивления, изменяющимися вдоль латеральных координат. Сначала алгоритм и программа проверялись сравнением с результатами для горизонтально слоистой среды ($L_x=L_y=600$ км):



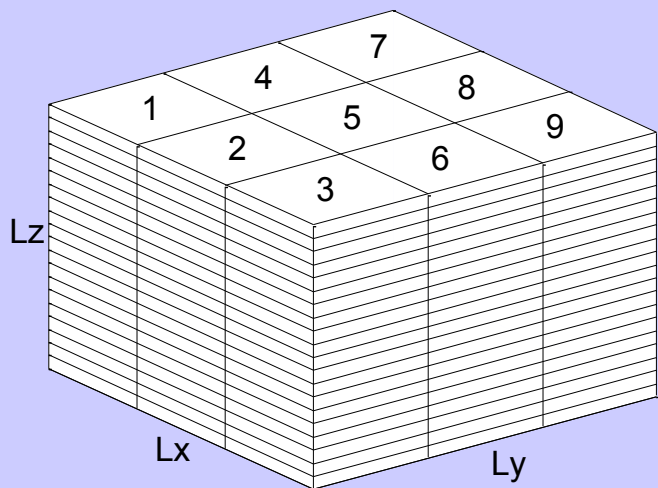
по формулам для горизонтально слоистой среды

ρ_{Lp}

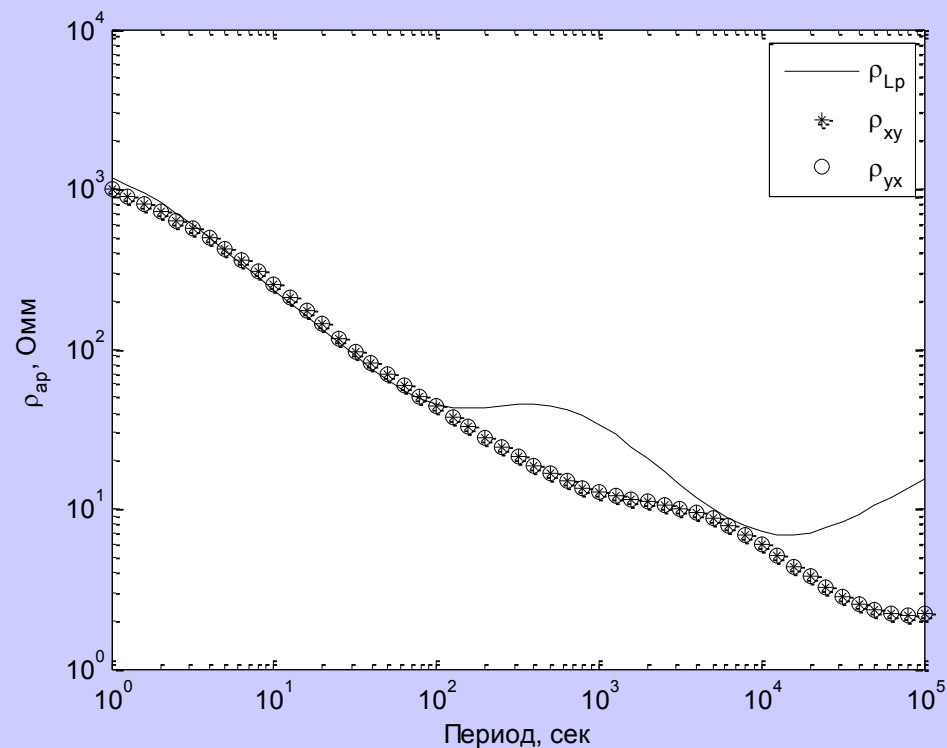
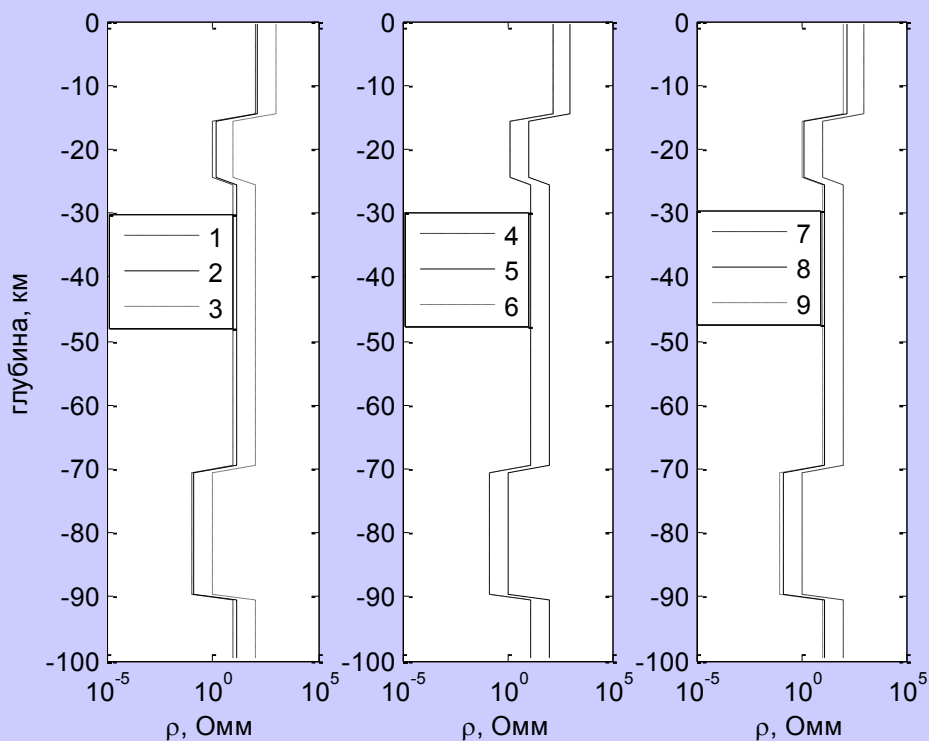
Результаты численного счета:

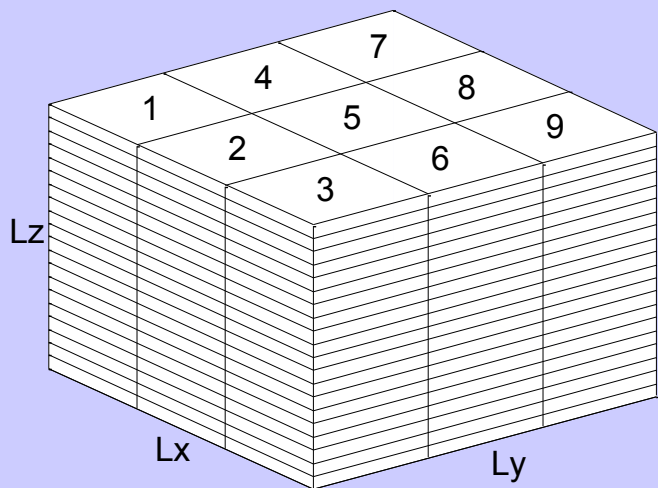
ρ_{xy} $E_x, E_y=0$

ρ_{yx} $E_y, E_x=0$

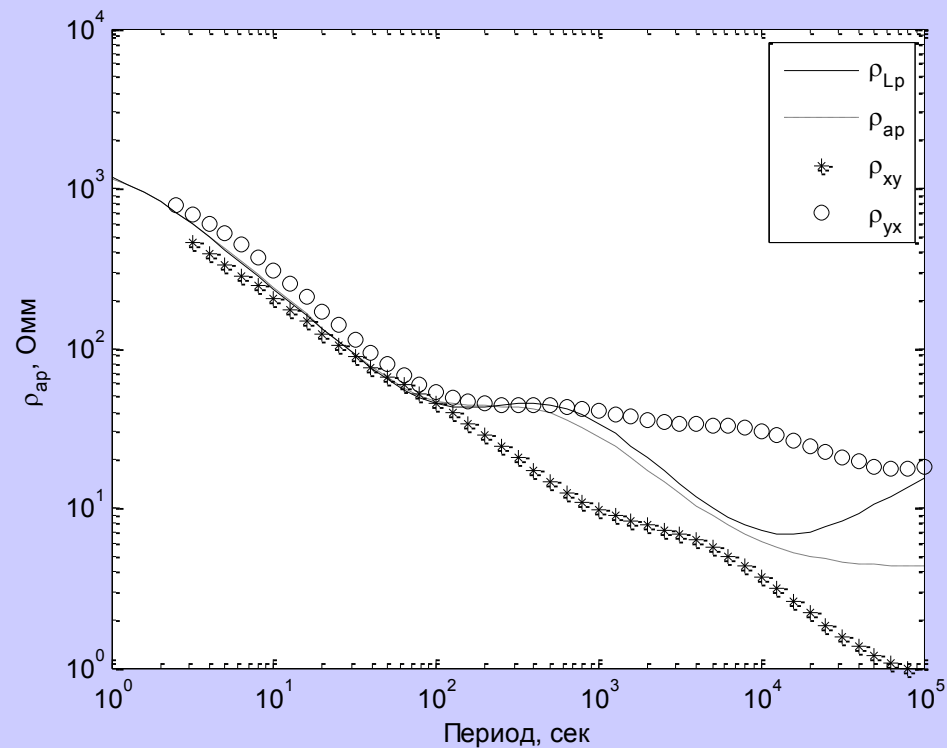
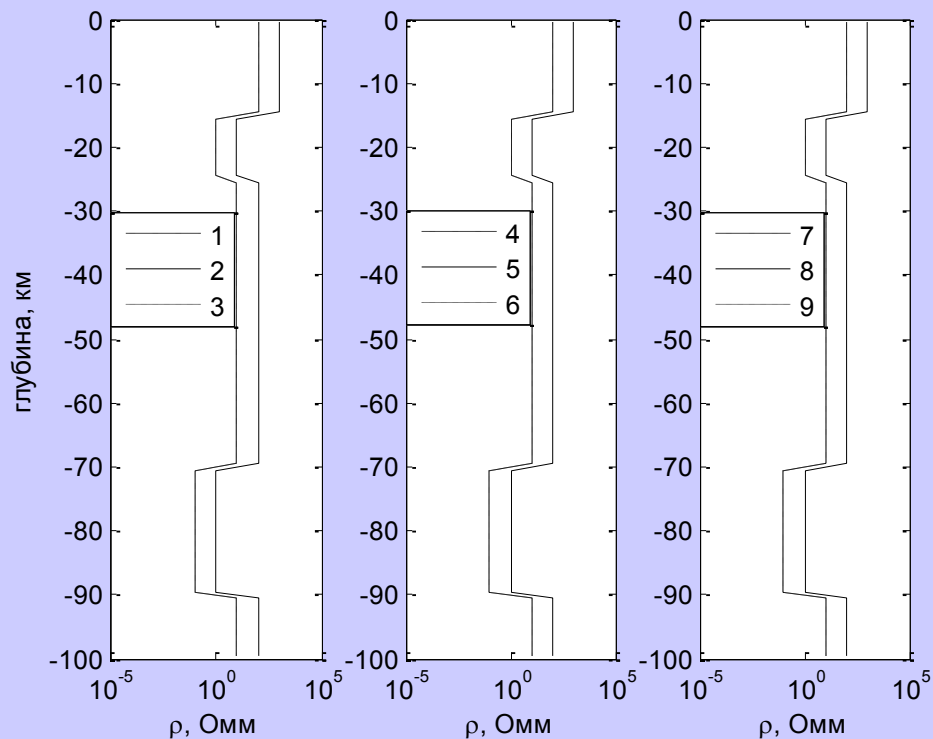


Седло:
 профили в областях 3, 5, 7
 одинаковые,
 в областях 2, 4, 6, 8 все
 сопротивления умножены на 0.7,
 в областях 1 и 9 на 0.1



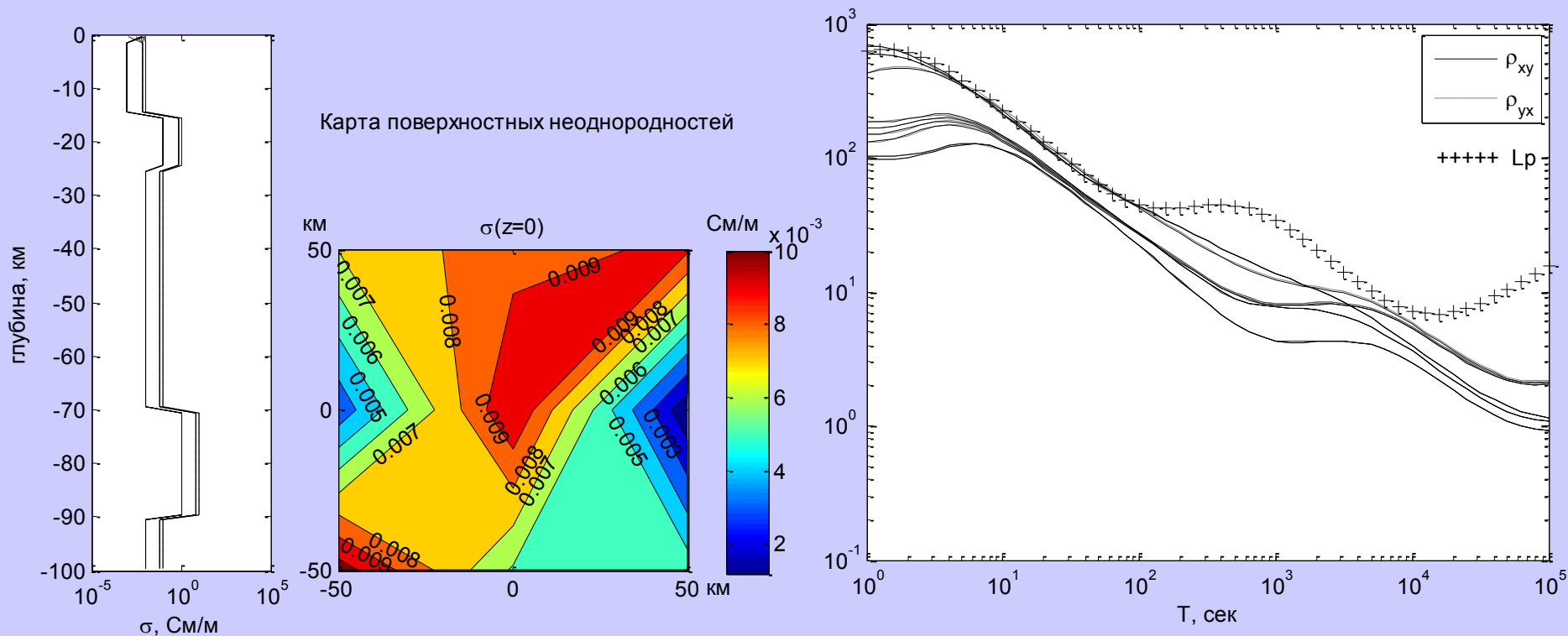


Изменение вдоль оси OX:
в областях 2, 5, 8
профили одинаковые,
в областях 1, 4, 7, и 3, 6, 9
умножены на 0.1
 $Lx=Ly=100$ км

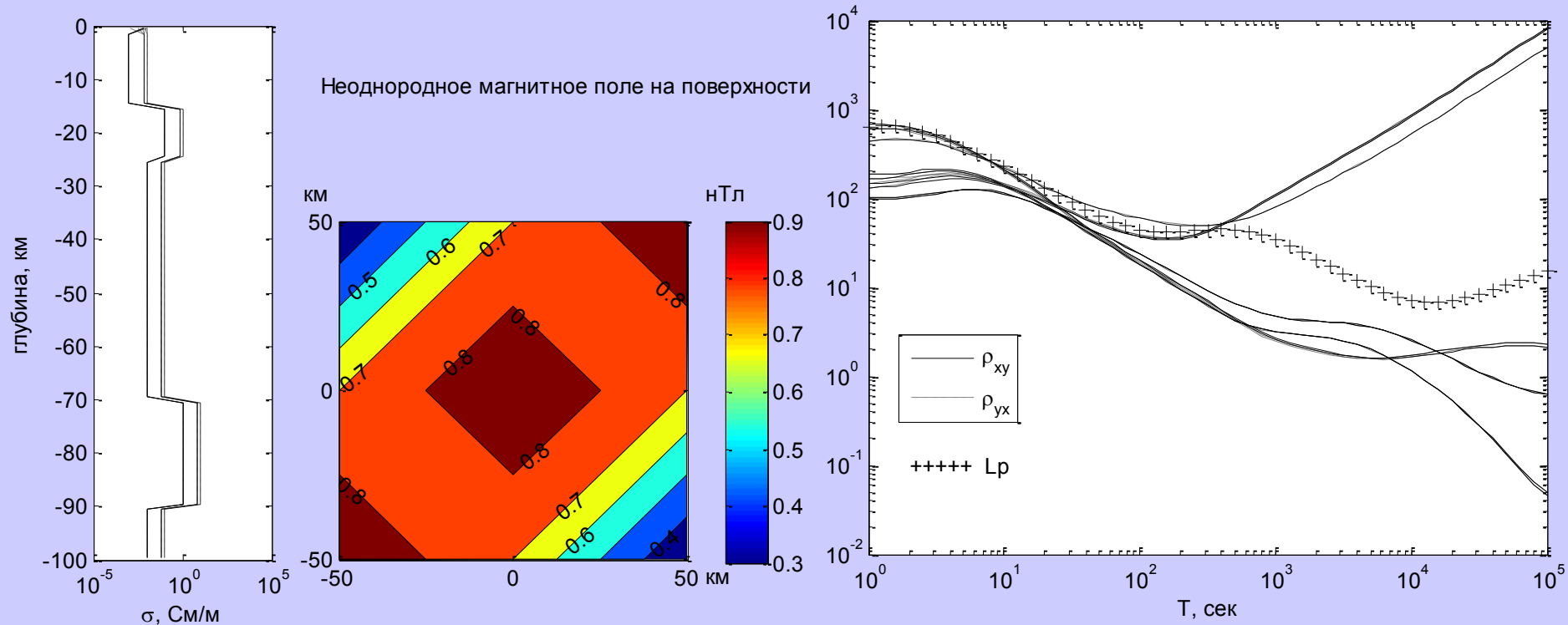


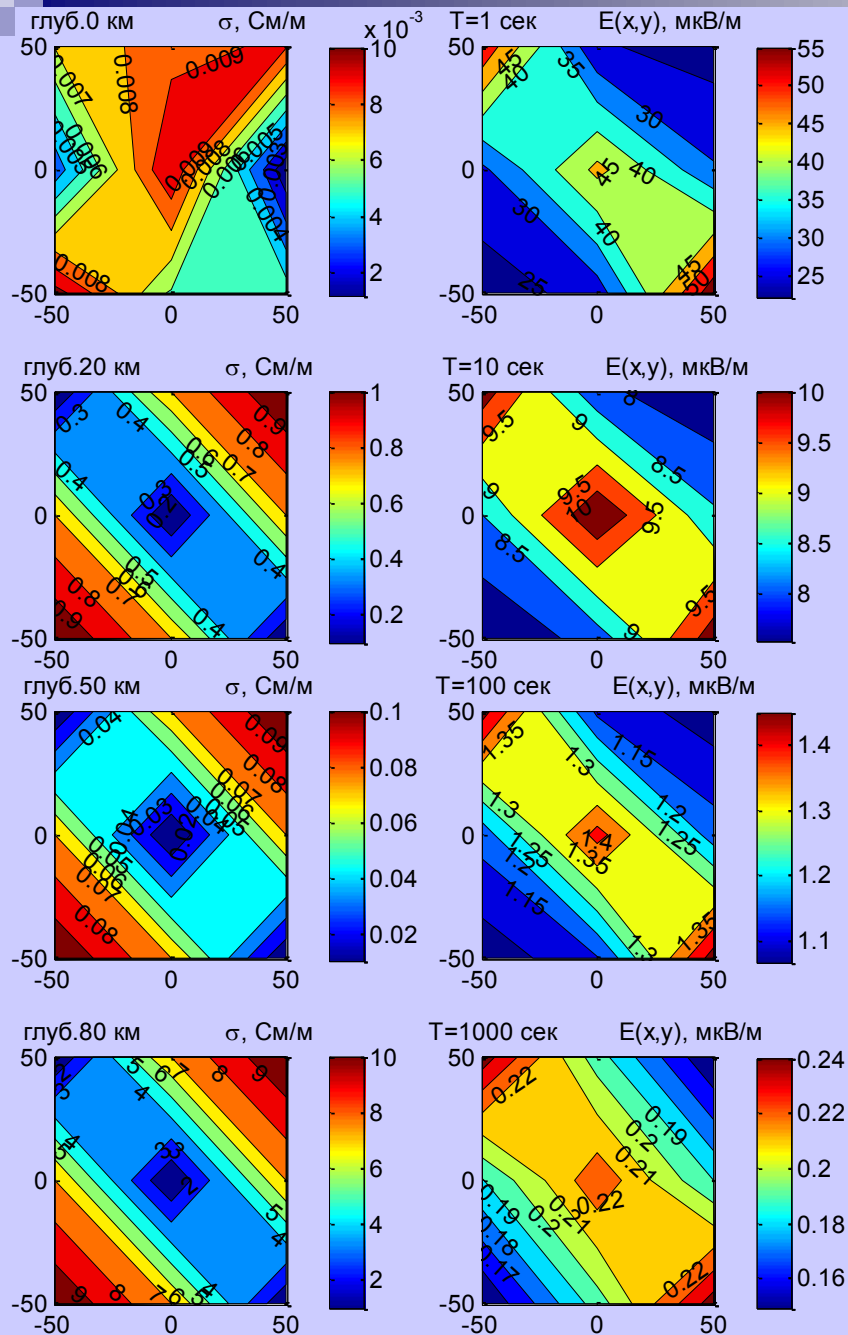
Модель с поверхностными неоднородностями

Дополнительно можно учитывать тонкие в сравнении с толщиной скин-слоя поверхностные неоднородности, ответственные за гальванические эффекты - смещение кривых МТЗ по оси сопротивлений:



Кажущееся сопротивление зависит от латеральной неоднородности возбуждающего поля. Для этой же модели среды и поверхностных неоднородностей электропроводности при возбуждении неоднородным магнитным полем гальванические искажения кривых имеют уже другой вид:





**Электропроводность
на разных глубинах
(слева),**

**Модуль электрического
поля на поверхности на
в зависимости от периода
(справа),**

**Расчеты для случая, когда
на поверхности задавались
постоянные компоненты
магнитного поля
 $H_x=1$ нТл $H_y=1$ нТл**

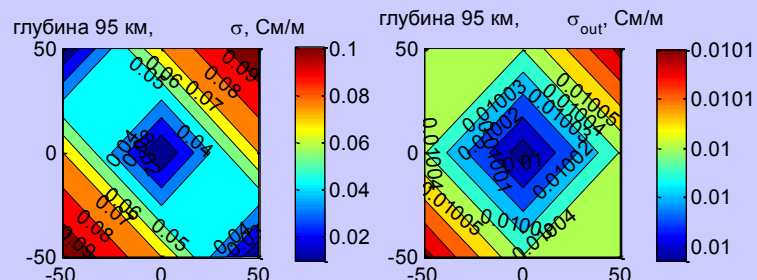
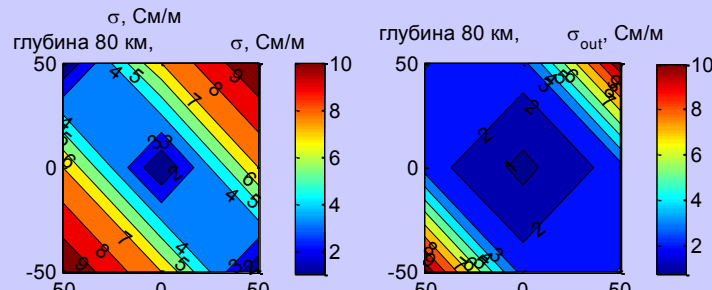
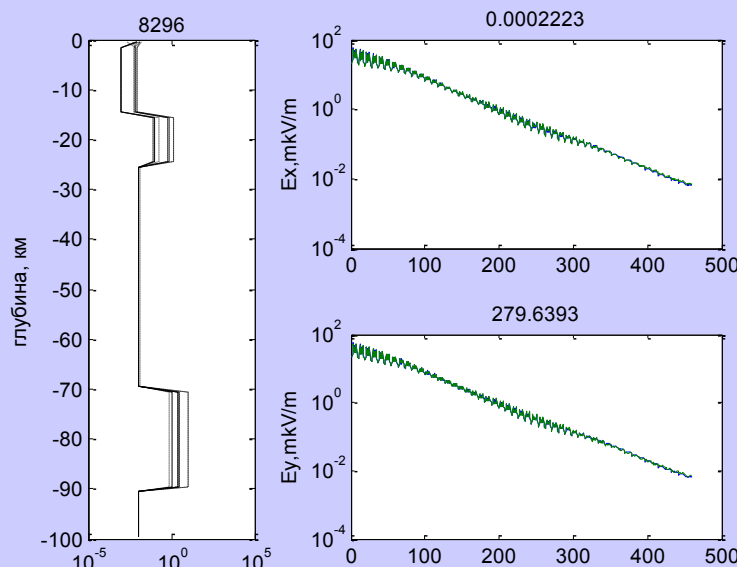
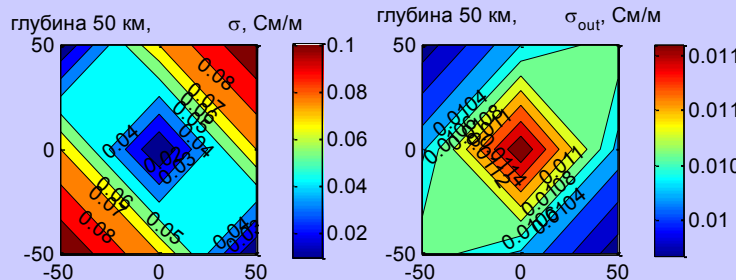
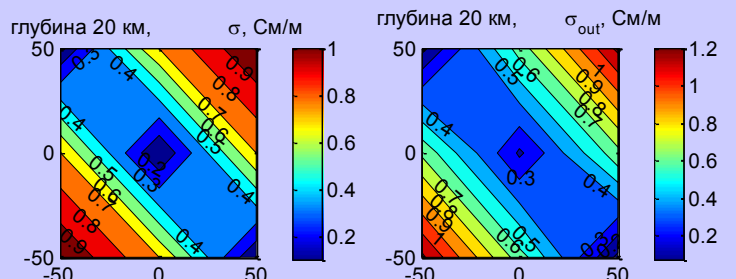
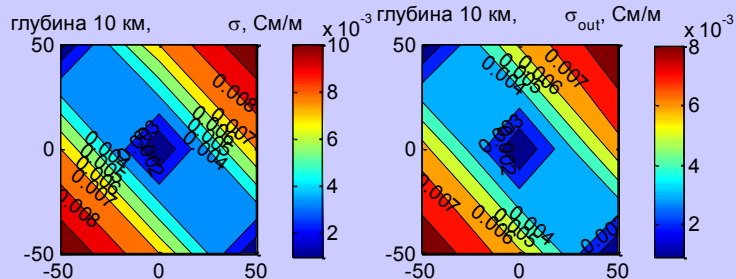
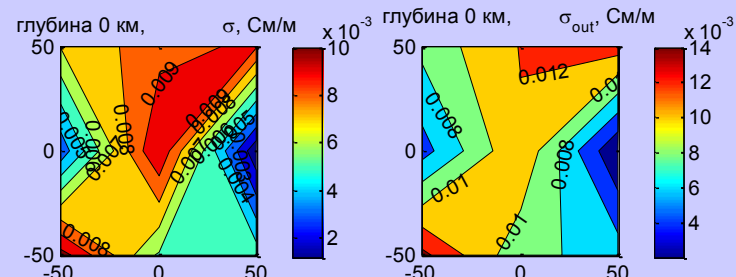
Основой алгоритма решения обратной задачи является согласование между собой распределений компонент электромагнитного поля, известных на поверхности среды

В следующем примере рассмотрим синтетические данные для трехмерно неоднородной среды. По заданным на поверхности горизонтальным компонентам магнитного поля рассчитывались горизонтальные компоненты электрического поля. Определение параметров среды сводилось к минимизации следующего функционала:

$$\Phi = \frac{\sum_{m,n} \left\{ \left| \lg E_{x0}(x_m, y_n) - \lg E_{xt}(x_m, y_n) \right|^2 + \left| \lg E_{y0}(x_m, y_n) - \lg E_{yt}(x_m, y_n) \right|^2 \right\}}{\sum_{m,n} \left\{ \left| \lg E_{x0}(x_m, y_n) \right|^2 + \left| \lg E_{y0}(x_m, y_n) \right|^2 \right\}} +$$

$$+ \alpha \sum_{m,n,l} \xi_{mnl}^2, \quad \sigma(x_m, y_n, z_l) = \sigma_l \exp(\xi_{mnl}).$$

Результаты решения обратной задачи



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные результаты указывают на применимость выбранного алгоритма для учета искажений кривых МТЗ при зондировании трехмерно неоднородной среды.

Важно, что сложность строения геологической среды определяет лишь время вычислений по данному алгоритму и необходимые для этого ресурсы.

В случае предварительного анализа экспериментальных данных можно ограничиваться лишь грубым описанием среды, существенно снижая время обработки.