

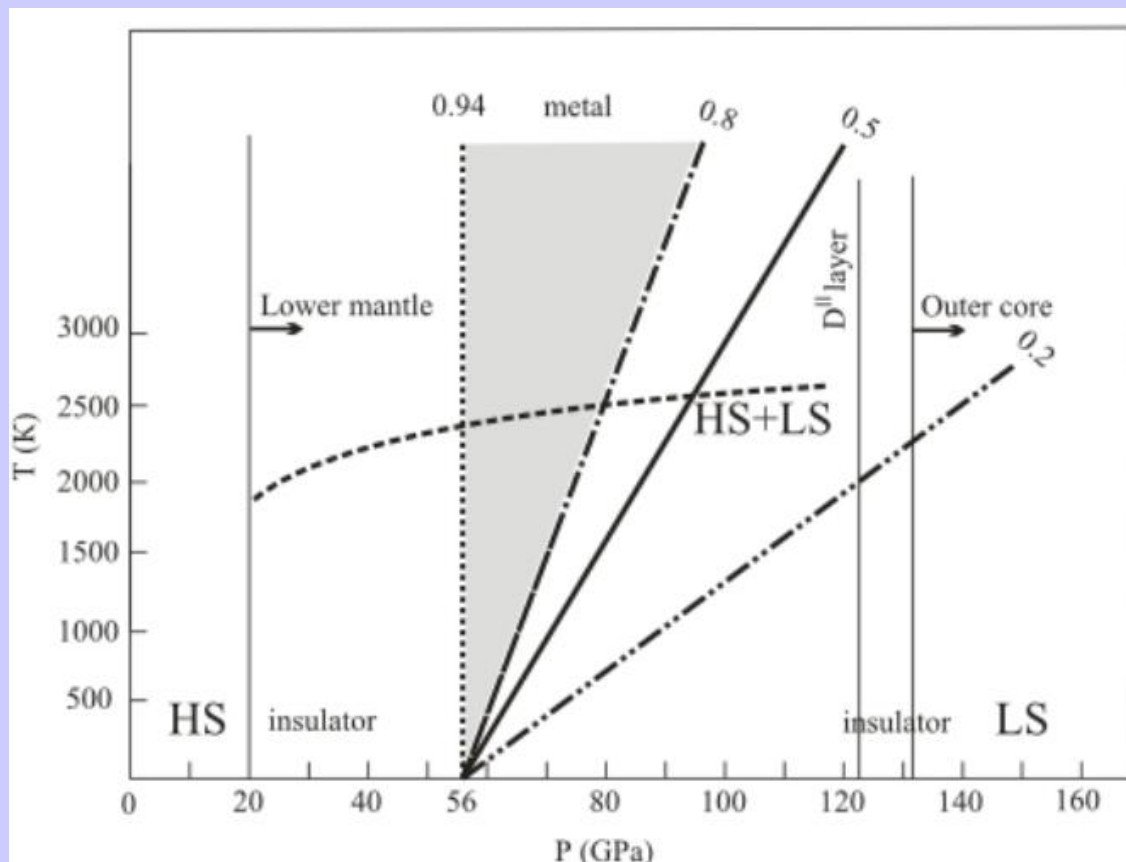


# МЕТАЛЛИЗАЦИЯ В НИЖНЕЙ МАНТИИ - ПОПЫТКИ ОБНАРУЖЕНИЯ ПО ГЕОМАГНИТНЫМ ДАННЫМ

ПЛОТКИН В.В., ДЯДЬКОВ П.Г., ОВЧИННИКОВ С.Г.

ИНГГ СО РАН, г. Новосибирск

Одним из авторов [Овчинников, 2011] с помощью анализа фазовой диаграммы магнезиовюстита предсказан его возможный переход из полупроводникового состояния в металлическое в условиях, близких к условиям нижней мантии - давление  $\sim 60\text{-}80$  ГПа, температура  $\sim 1900\text{-}2100^\circ\text{C}$ , что соответствует глубинам  $\sim 1500\text{-}2000$  км.



**Можно ли по геомагнитным данным мировой сети обнаружить в нижней мантии на глубинах 1500-2000 км предсказанный слой повышенной электропроводности? Существует ли анизотропия электропроводности в этом слое?**

**Для ответа на эти вопросы мы привлекли данные из банка <http://www.bcmt.fr/wmmd.html> среднемесячных значений компонент геомагнитного поля за промежуток с 1920 по 2009 годы и модель вариаций в виде:**

$$X_{\omega}(R, \vartheta, \varphi, t) = \cos(\omega(t - t_0)) \sum_k X_{ck} S_k(\vartheta, \varphi) + \sin(\omega(t - t_0)) \sum_k X_{sk} S_k(\vartheta, \varphi),$$

$$Y_{\omega}(R, \vartheta, \varphi, t) = \cos(\omega(t - t_0)) \sum_k Y_{ck} S_k(\vartheta, \varphi) + \sin(\omega(t - t_0)) \sum_k Y_{sk} S_k(\vartheta, \varphi),$$

$$Z_{\omega}(R, \vartheta, \varphi, t) = \cos(\omega(t - t_0)) \sum_k Z_{ck} S_k(\vartheta, \varphi) + \sin(\omega(t - t_0)) \sum_k Z_{sk} S_k(\vartheta, \varphi),$$

Для определения электропроводности Земли при магнитовариационном зондировании осуществляется инверсия частотной зависимости электромагнитных откликов: магнитного отношения, отношения внутренней и внешней частей магнитного потенциала, эффективной глубины проникновения поля. В качестве глобального здесь использовался отклик вида:

$$\frac{1}{e_{k0}^{(0)}} \frac{de_k^{(0)}}{dr} = - \frac{[div_{\perp} \vec{H}]_k}{[H_r]_k},$$

$$div_{\perp} \vec{H} = \frac{1}{R \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\sin \vartheta H_{\vartheta}) + \frac{1}{R \sin \vartheta} \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial \varphi},$$

**Фактически проводится согласование между собой частотных зависимостей вертикальной компоненты геомагнитного поля и дивергенции его горизонтальных компонент для различных сферических гармоник  $S_k(\vartheta, \varphi)$ :**

$$e_{k0}^{(0)} = \frac{i\omega\mu_0 R^2}{k'(k'+1)} [Z_\omega]_k, \quad [Z_\omega]_k = Z_{ck} + iZ_{sk}, \quad k' \neq 0,$$

$$\frac{de_k^{(0)}}{dr} = \frac{i\omega\mu_0 R^2}{k'(k'+1)} [div_\perp \vec{H}_\omega]_k, \quad k' \neq 0,$$

$$div_\perp \vec{H}_\omega = -\frac{1}{R \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\sin \vartheta X_\omega) + \frac{1}{R \sin \vartheta} \frac{\partial Y_\omega}{\partial \varphi},$$

$$X_\omega = \sum_k (X_{ck} + iX_{sk}) S_k(\vartheta, \varphi), \quad Y_\omega = \sum_k (Y_{ck} + iY_{sk}) S_k(\vartheta, \varphi),$$

По взятой из эксперимента величине  $(e_{k0}^{(0)})_{\text{exp}}$  потенциала на поверхности Земли для текущей модели среды вычисляется его радиальная производная  $\left(\frac{de_{k0}^{(0)}}{dr}\right)_m$ .

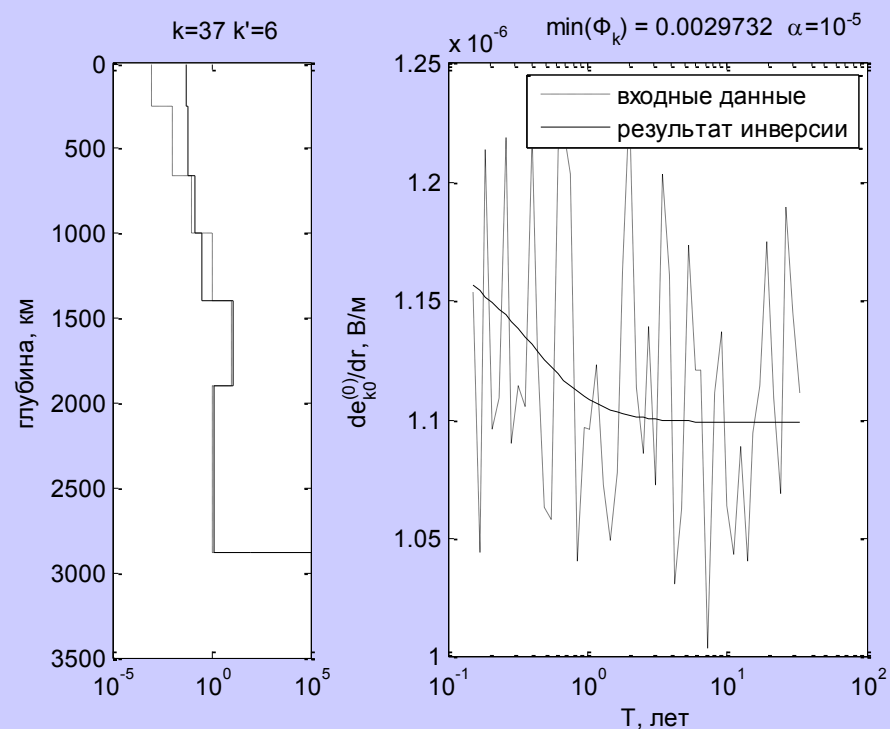
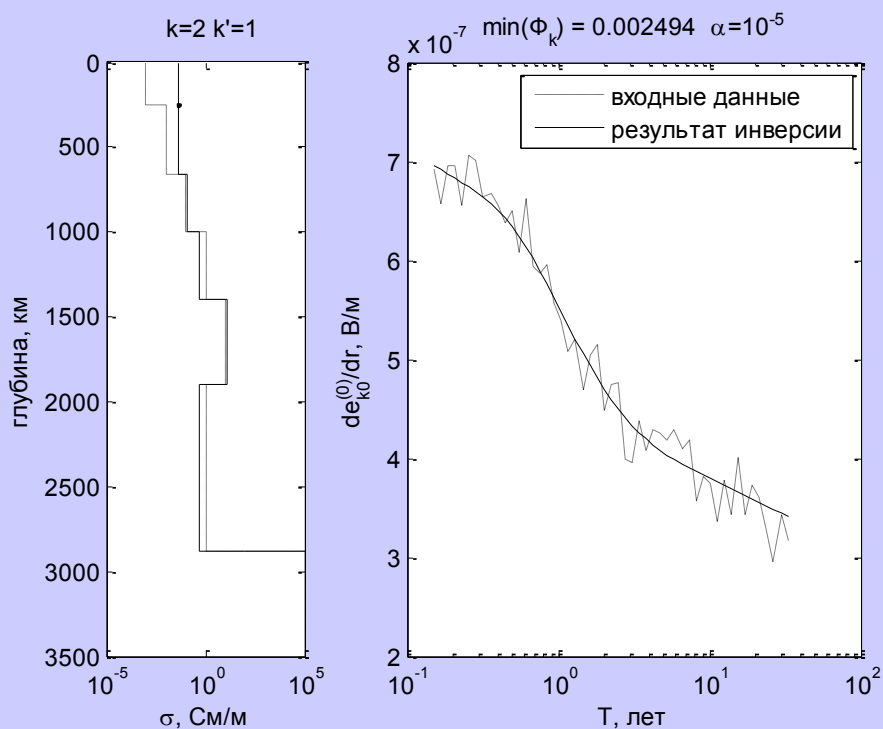
Модель среды, оптимально согласующая найденные экспериментально частотные зависимости находится с помощью независимых минимизаций функционалов для разных сферических гармоник:

$$\Phi_k = \sum_{\omega} \left| \left(\frac{de_{k0}^{(0)}}{dr}\right)_m - \left(\frac{de_{k0}^{(0)}}{dr}\right)_{\text{exp}} \right|^2 / \sum_{\omega} \left| \left(\frac{de_{k0}^{(0)}}{dr}\right)_{\text{exp}} \right|^2,$$

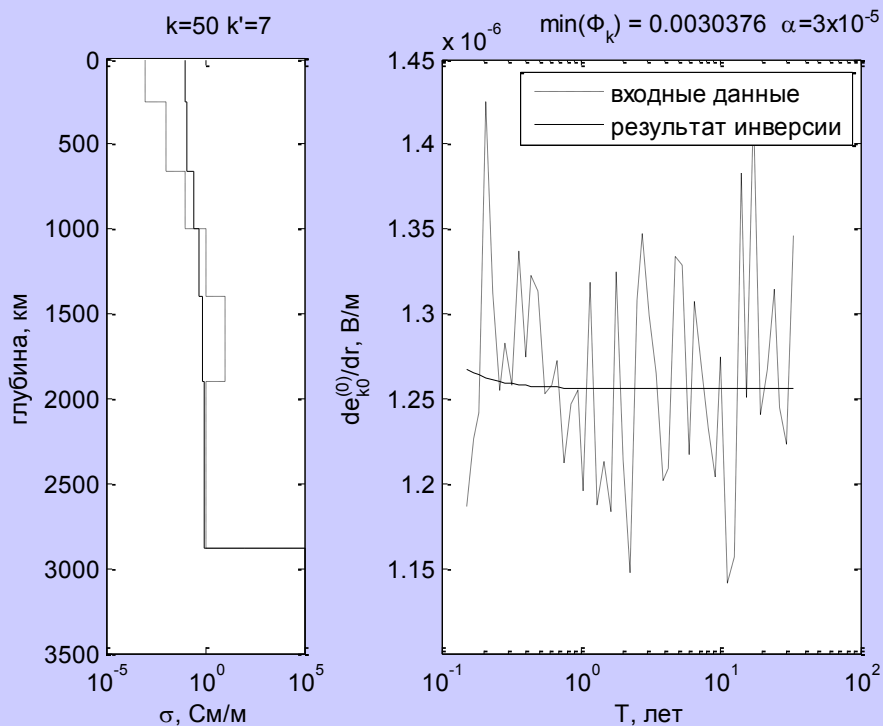
Для электропроводности использовалось представление

$$\sigma_j = e^{x_j} \text{ и добавлялся регуляризирующий член } \alpha \sum_j x_j^2$$

Результаты инверсии синтетических данных для разных сферических гармоник. Слева модели электропроводности (исходные - пунктир и восстановленные - сплошные). Справа модули радиальной производной потенциала (входные данные с шумом 5% - пунктир и для итоговых моделей - сплошные линии). Границы сферических слоев при инверсии фиксировались.

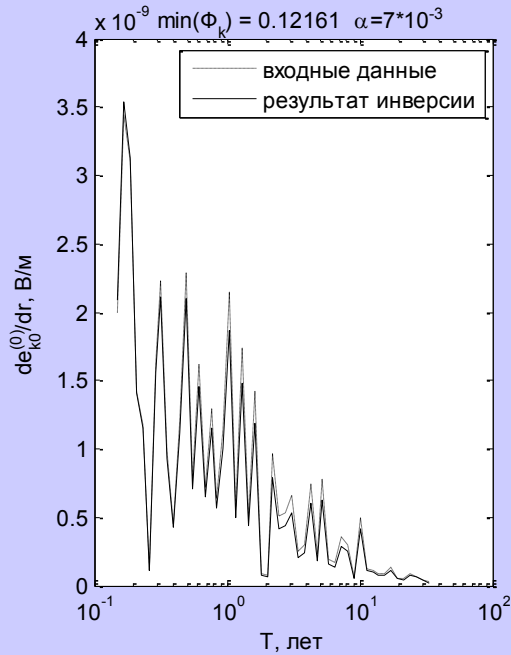
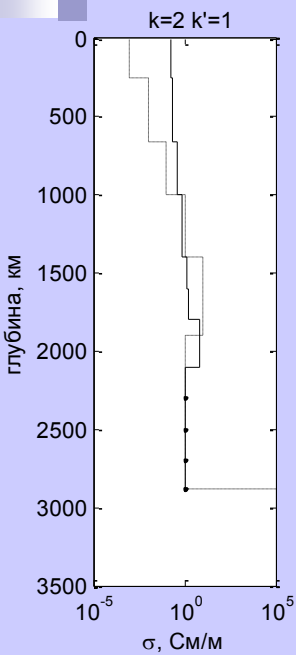


При больших степенях сферических гармоник условие частотного зондирования нарушается, зависимость производной от временного периода исчезает. Восстановление модели становится затруднительным. Это проявляется как “раскачка” модели, возникают слои с все меньшей и все большей электропроводностью. Чтобы устранить это явление, приходится увеличивать коэффициент регуляризации. Восстановление слоя при  $k'=7$  невозможно. Кроме того, амплитуды гармоник при  $k' > 3$  определялись неустойчиво. При инверсии реальных данных будут учитываться сферические гармоники невысоких степеней.

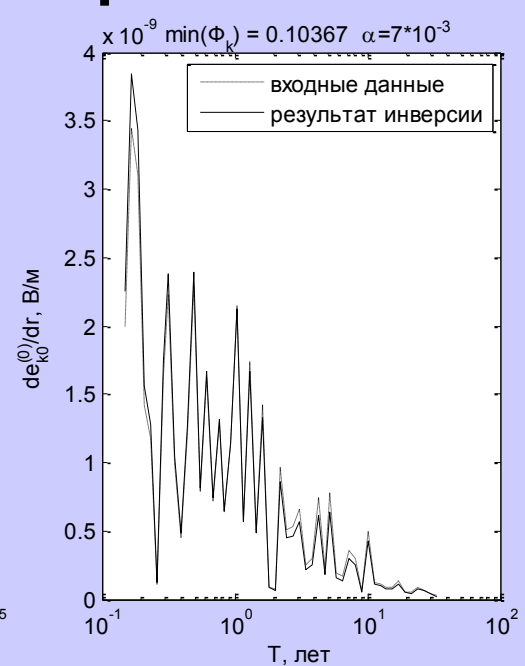
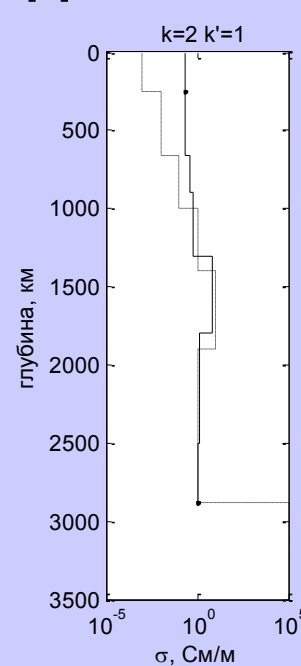
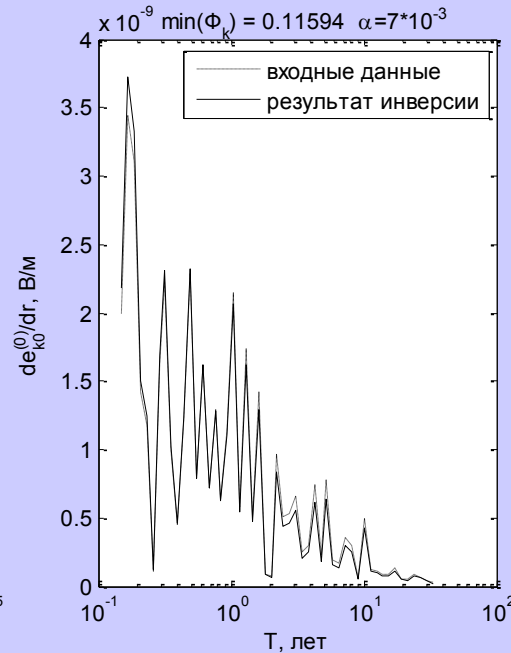
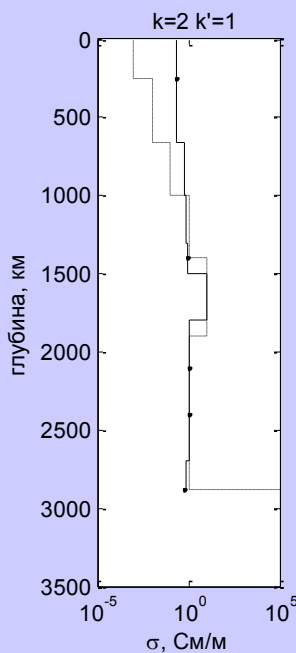


Кроме того, амплитуды гармоник при  $k' > 3$  определялись неустойчиво. При инверсии реальных данных будут учитываться сферические гармоники невысоких степеней.

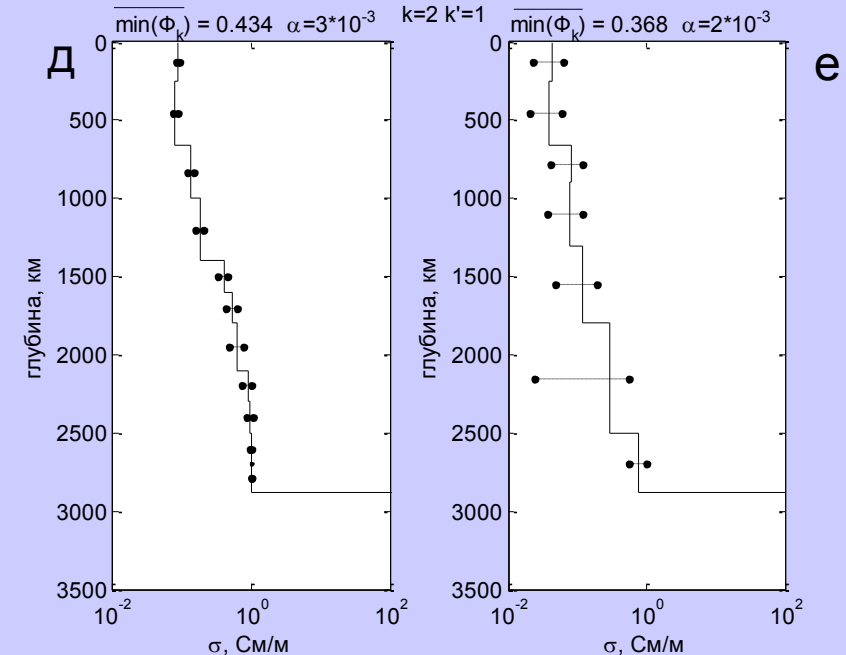
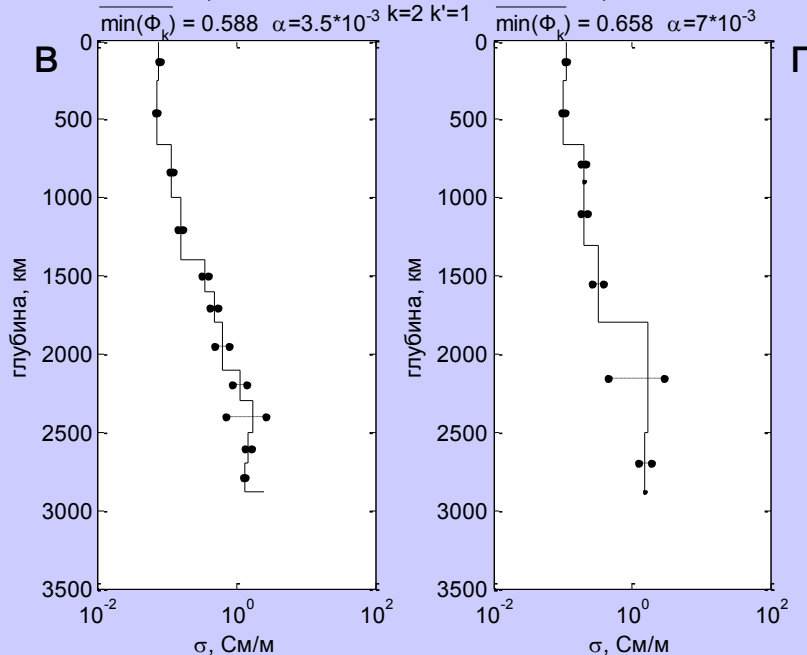
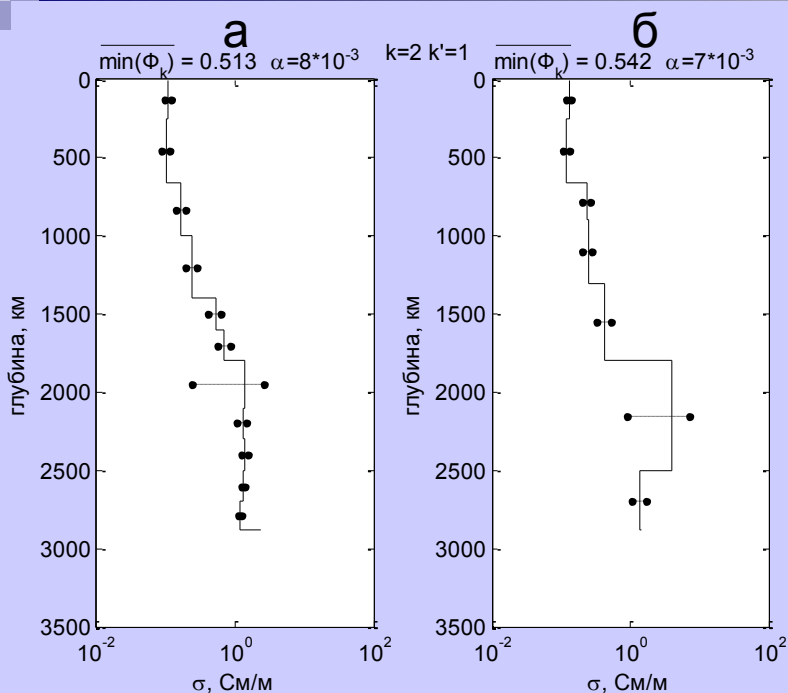





**Поскольку глубины границ слоя повышенной электропроводности точно не известны (они получены лишь оценочно), проводилась также инверсия синтетических данных с другими глубинами. Характеристики слоя практически определяются приближенно.**



**Инверсия реальных данных  
мировой сети выполнена для  
15 промежутков наблюдения  
независимо с их началами  
в 1920, 1923 годах, и так далее,  
по 1962 год включительно.  
Конец промежутков – 2009 год.  
Приведены средние профили.**





**Фазовый переход магнезиовюстита в нижней мантии обусловлен физическими эффектами в кристаллической решетке. Поэтому исключить возможную анизотропию электропроводности в нижней мантии, очевидно, нельзя. Сейсмическая анизотропия в нижней мантии обычно связывается с наличием D'' слоя (нижние 200-400 км мантии). Большой интерес вызывает вопрос, имеется ли в нижней мантии анизотропия электропроводности, и на каких глубинах. Нам не удалось найти какие-либо работы по этой тематике, и были предприняты попытки выявить признаки наличия анизотропии электропроводности на глубинах нижней мантии по данным мировой сети геомагнитных обсерваторий.**

Методом возмущений рассматривалась задача глобальной электромагнитной индукции в присутствии проводящего слабо анизотропного сферического слоя, погруженного в изотропную слоистую Землю. Пусть анизотропия имеет место при  $R_1 \leq r \leq R_2$  в нижней мантии. Рассмотрим вариант достаточно низких временных частот, на которых верхняя мантия вносит лишь малый вклад в отклик, поскольку ее электропроводность ( $\sim 10^{-3}$  См/м) существенно меньше. Считаем также, что тогда можно пренебречь и вкладом анизотропии электропроводности в верхней мантии. Тогда на земной поверхности справедливо соотношение:

$$\frac{de_0^{(0)}}{dr} = \left[ \hat{Z}_{mn} - \frac{\delta\sigma_{\vartheta\vartheta}}{\sigma_{\perp}} \hat{D}_{mn} - \frac{\delta\sigma_{\varphi\varphi}}{\sigma_{\perp}} \hat{B}_{mn} + \frac{\delta\sigma_{\vartheta\varphi} + \delta\sigma_{\varphi\vartheta}}{\sigma_{\perp}} \hat{C}_{mn} \right] \frac{e_0^{(0)}}{R}.$$

$$\frac{d\mathbf{e}_0^{(0)}}{dr} = \left[ \hat{Z}_{mn} - \frac{\delta\sigma_{\vartheta\vartheta}}{\sigma_{\perp}} \hat{D}_{mn} - \frac{\delta\sigma_{\varphi\varphi}}{\sigma_{\perp}} \hat{B}_{mn} + \frac{\delta\sigma_{\vartheta\varphi} + \delta\sigma_{\varphi\vartheta}}{\sigma_{\perp}} \hat{C}_{mn} \right] \frac{\mathbf{e}_0^{(0)}}{R}.$$

**Здесь:**

$$\bar{k}_{\perp}^2 = i\omega\mu_0\bar{\sigma}_{\perp}, \quad k_{\perp}^2 = i\omega\mu_0\sigma_{\perp},$$

$$\xi_0 = k_{\perp}R, \quad \bar{\xi}_0 = \bar{k}_{\perp}R, \quad \xi_{1,2} = k_{\perp}R_{1,2}, \quad \bar{\xi}_2 = \bar{k}_{\perp}R_2,$$

$$\hat{Z}_{mm} = \frac{1}{2} + \bar{\xi}_0 \frac{dI_{m'+1/2}(\bar{\xi}_0)/d\bar{\xi}_0}{I_{m'+1/2}(\bar{\xi}_0)} + \frac{\alpha_m}{(\beta_m - \alpha_m) I_{m'+1/2}(\bar{\xi}_0) K_{m'+1/2}(\bar{\xi}_0)},$$

$$\hat{B}_{mn} = \frac{\hat{b}_{mn}}{m'(m'+1)} \hat{I}_{mn}, \quad \hat{C}_{mn} = \frac{\hat{c}_{mn}}{m'(m'+1)} \hat{I}_{mn}, \quad \hat{D}_{mn} = \frac{\hat{d}_{mn}}{m'(m'+1)} \hat{I}_{mn},$$

$$\begin{aligned} \hat{I}_{mn} = & \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{I_{m'+1/2}(\xi)}{I_{m'+1/2}(\xi_0)} \frac{I_{n'+1/2}(\xi)}{I_{n'+1/2}(\xi_0)} \xi d\xi \times \\ & \frac{1}{R(\beta_m - \alpha_m)} \times \frac{1}{I_{m'+1/2}(\bar{\xi}_0) K_{m'+1/2}(\bar{\xi}_0)} \times \\ & \left[ \frac{\beta_n}{\beta_n - \alpha_n} \frac{I_{n'+1/2}(\bar{\xi}_2)}{I_{n'+1/2}(\bar{\xi}_0)} - \frac{\alpha_n}{\beta_n - \alpha_n} \frac{K_{n'+1/2}(\bar{\xi}_2)}{K_{n'+1/2}(\bar{\xi}_0)} \right] \frac{I_{n'+1/2}(\xi_0)}{I_{n'+1/2}(\xi_2)}, \end{aligned}$$

Анизотропным считался сферический слой на глубинах 1500-2000 км. Выше него в верхней мантии значение электропроводности  $\bar{\sigma}_\perp$  принималось равным  $10^{-3}$  См/м. Электропроводность  $\sigma_\perp$  нижней мантии находилась в нулевом приближении (без учета анизотропных добавок):

$$\frac{d\mathbf{e}_0^{(0)}}{dr} = \hat{Z}_{mn} \frac{\mathbf{e}_0^{(0)}}{R},$$

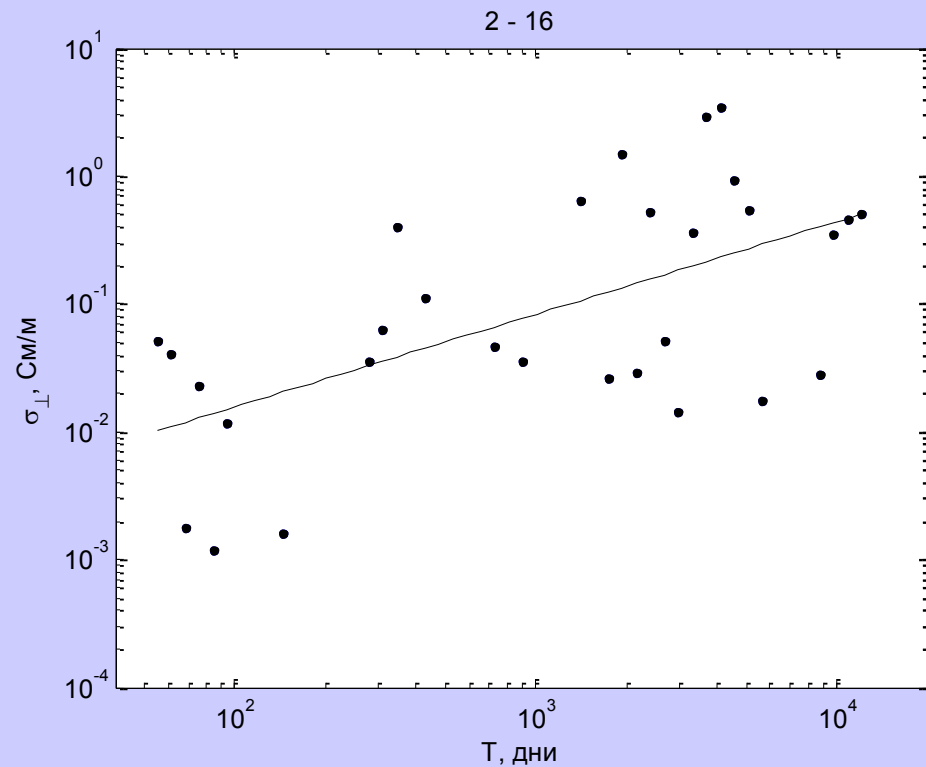
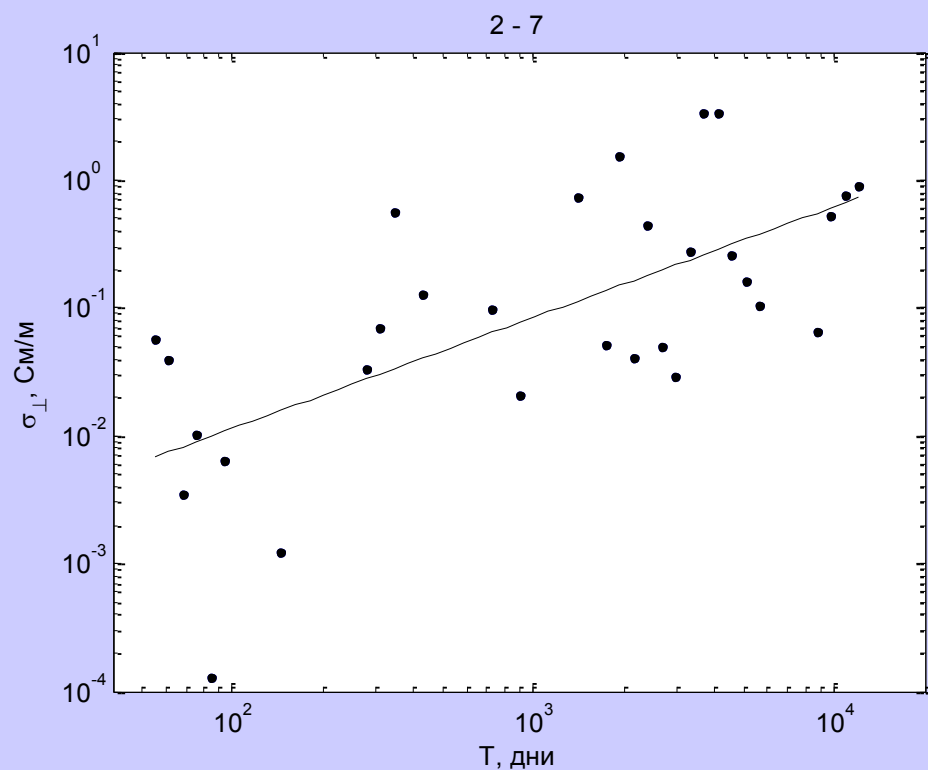
$$\hat{Z}_{mm} = \frac{1}{2} + \bar{\xi}_0 \frac{dI_{m'+1/2}(\bar{\xi}_0)/d\bar{\xi}_0}{I_{m'+1/2}(\bar{\xi}_0)} + \frac{\alpha_m}{(\beta_m - \alpha_m)} \frac{1}{I_{m'+1/2}(\bar{\xi}_0)K_{m'+1/2}(\bar{\xi}_0)},$$

$$\alpha_j = \frac{1}{R} \frac{\xi_2 I_{j'+1/2}(\bar{\xi}_2) dI_{j'+1/2}(\xi_2)/d\xi_2 - \bar{\xi}_2 I_{j'+1/2}(\xi_2) dI_{j'+1/2}(\bar{\xi}_2)/d\bar{\xi}_2}{I_{j'+1/2}(\bar{\xi}_0) I_{j'+1/2}(\xi_0)},$$

$$\beta_j = \frac{1}{R} \frac{\xi_2 K_{j'+1/2}(\bar{\xi}_2) dI_{j'+1/2}(\xi_2)/d\xi_2 - \bar{\xi}_2 I_{j'+1/2}(\xi_2) dK_{j'+1/2}(\bar{\xi}_2)/d\bar{\xi}_2}{K_{j'+1/2}(\bar{\xi}_0) I_{j'+1/2}(\xi_0)},$$

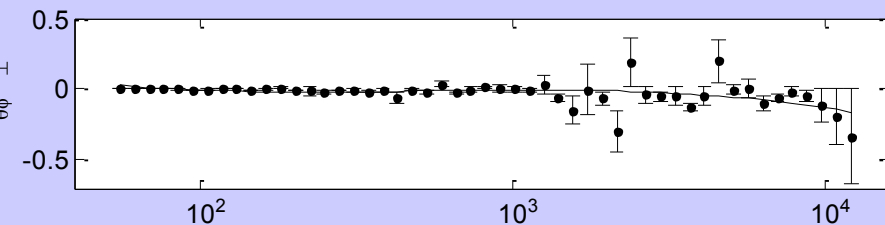
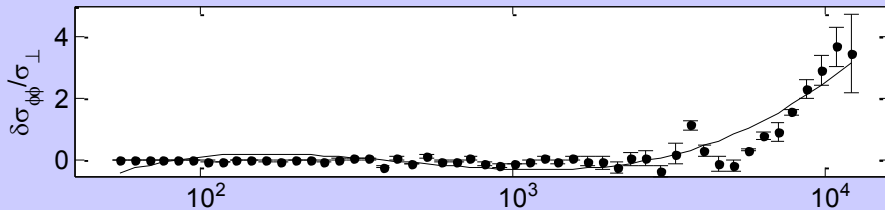
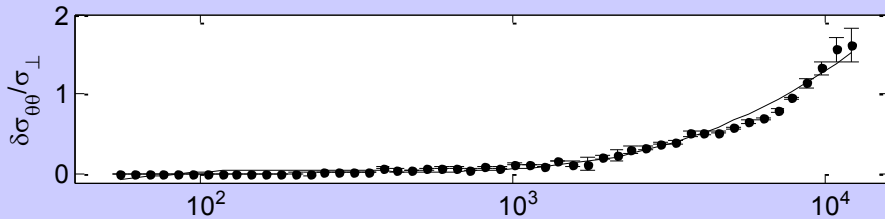
В отличие от первой части кажущаяся электропроводность здесь вычислялась по наборам сферических гармоник.

Зависимость кажущейся электропроводности нижней мантии от временного периода, прямые – результат аппроксимации методом н.к. (для двух наборов сферических гармоник, номера которых указаны сверху):



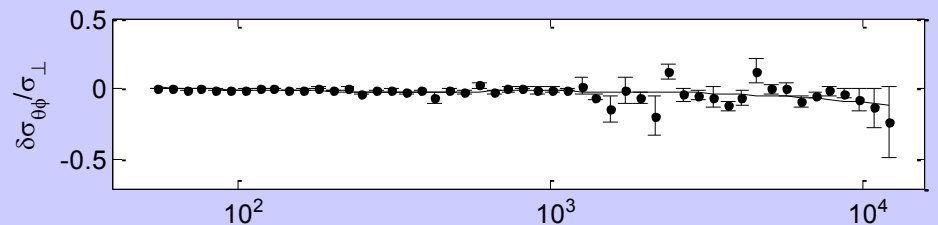
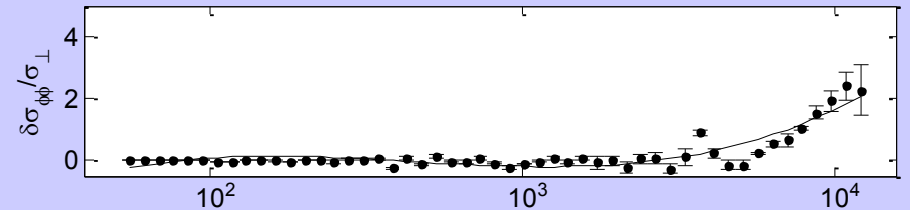
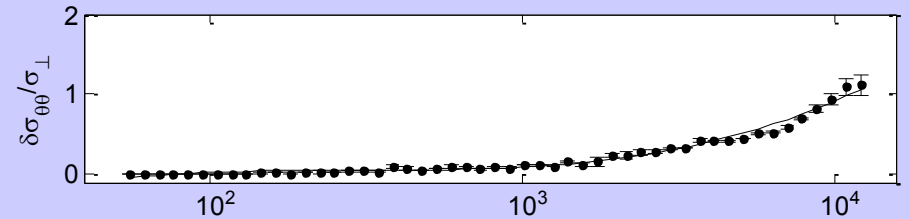
Относительные величины добавок  $\delta\sigma_{\vartheta\vartheta}, \delta\sigma_{\varphi\varphi}, \delta\sigma_{\vartheta\varphi}$  (вместе с с.к.о.) в тензор электропроводности в зависимости от временного периода (по двум наборам сферических гармоник, номера указаны сверху, сплошные – аппроксимация полиномами,  $\sigma_{\perp}(\omega)$  бралась в соответствии с прямыми на предыдущем рисунке):

2 - 7



T, дни

2 - 16



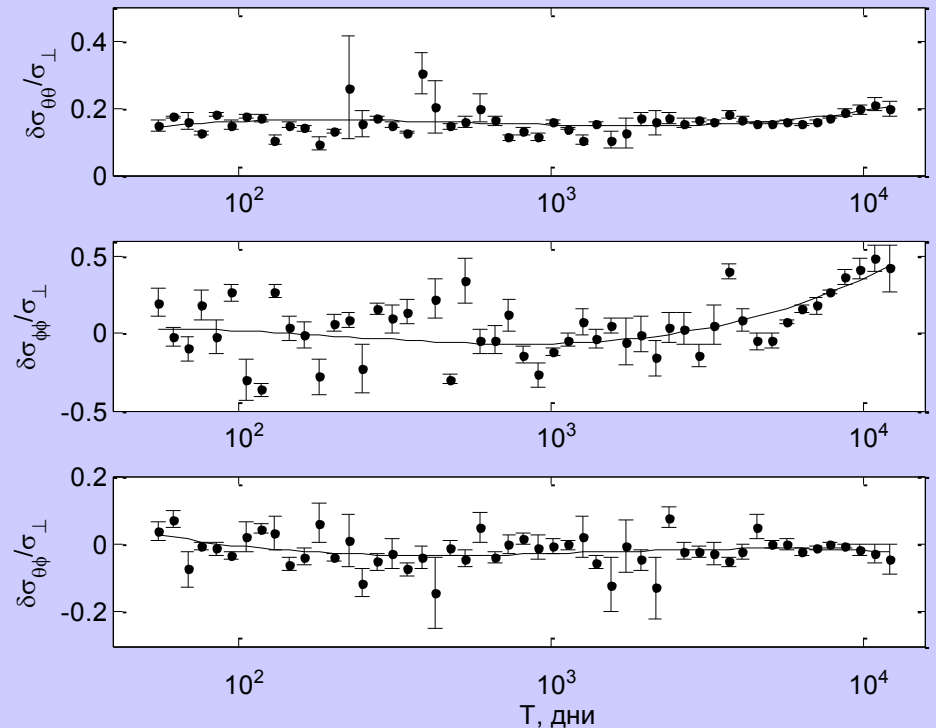
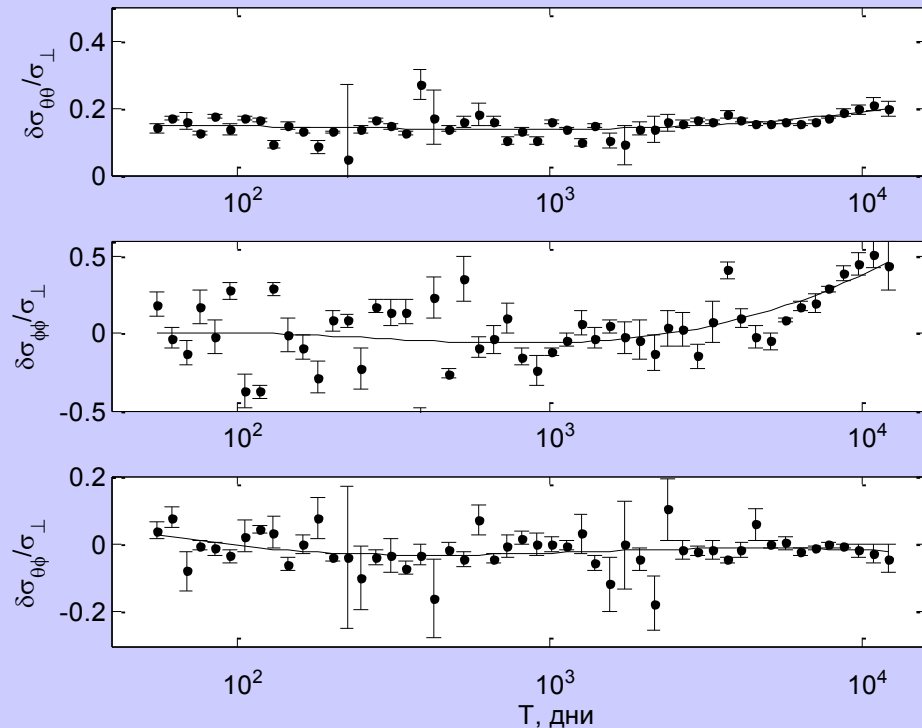
T, дни



Относительные величины добавок  $\delta\sigma_{\vartheta\vartheta}, \delta\sigma_{\varphi\varphi}, \delta\sigma_{\vartheta\varphi}$  (вместе с с.к.о.) в тензор электропроводности в зависимости от временного периода (по двум наборам сферических гармоник, номера указаны сверху, сплошные – аппроксимация полиномами, но  $\sigma_{\perp}(\omega)$  считалась постоянной величиной, равной 0.1 См/м):

2 - 7

2 - 16



Видно, что использование не зависящего от временного периода значения  $\sigma_{\perp}$  приводит к кажущемуся смещению искомым добавок от нуля на всех периодах, при этом возрастают с.к.о. добавок в тензор электропроводности. Анизотропия становится заметной для геомагнитных вариаций с периодом более 10 лет, и ее вклад увеличивается в конце рассматриваемого диапазона периодов.

Дополнительное подтверждение - результаты моделирования анизотропии электропроводности в нижней мантии с синтетическими данными. Модель среды - верхняя мантии с электропроводностью  $10^{-3}$  См/м и нижняя мантия с анизотропным сферическим слоем и  $\sigma_{\perp} = 0.1$  См/м. Добавки в тензор  $\delta\sigma_{\vartheta\vartheta}, \delta\sigma_{\varphi\varphi}, \delta\sigma_{\vartheta\varphi}$  электропроводности подбирались так, чтобы добиться наибольшего сходства с экспериментом.

Синтетические “экспериментальные” значения радиальной производной потенциала для указанной модели насчитывались по реальным значениям  $\left(\frac{de_{k0}^{(0)}}{dr}\right)_{\text{exp}}$ .

Для сходства с экспериментом к синтетическим значениям добавлялся шум с нормальным законом распределения и амплитудой  $\sim 30\%$  от среднего значения по всему набору сферических гармоник. Результаты этого моделирования приведены на следующем рисунке.

Дополнительно пунктиром показаны оптимальные значения для относительных добавок

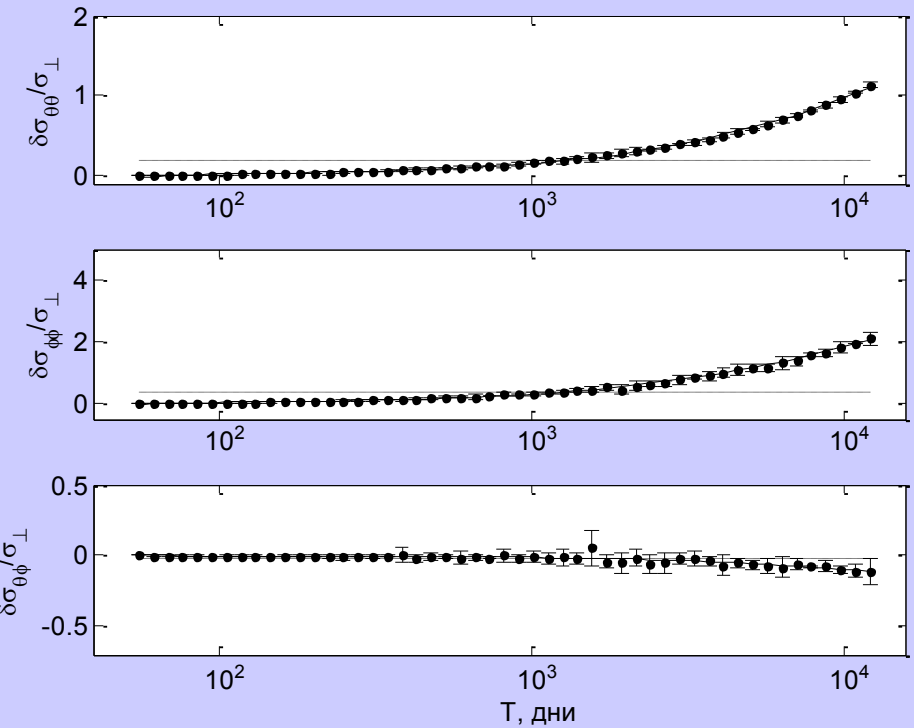
$$\delta\sigma_{gg}/\sigma_{\perp} \approx 0.2, \quad \delta\sigma_{\varphi\varphi}/\sigma_{\perp} \approx 0.4, \quad \delta\sigma_{g\varphi}/\sigma_{\perp} \approx -0.02,$$

найденные по набору сферических гармоник с номерами 2-16 (для набора 2 – 7 расчеты выполнены с теми же найденными значениями добавок).

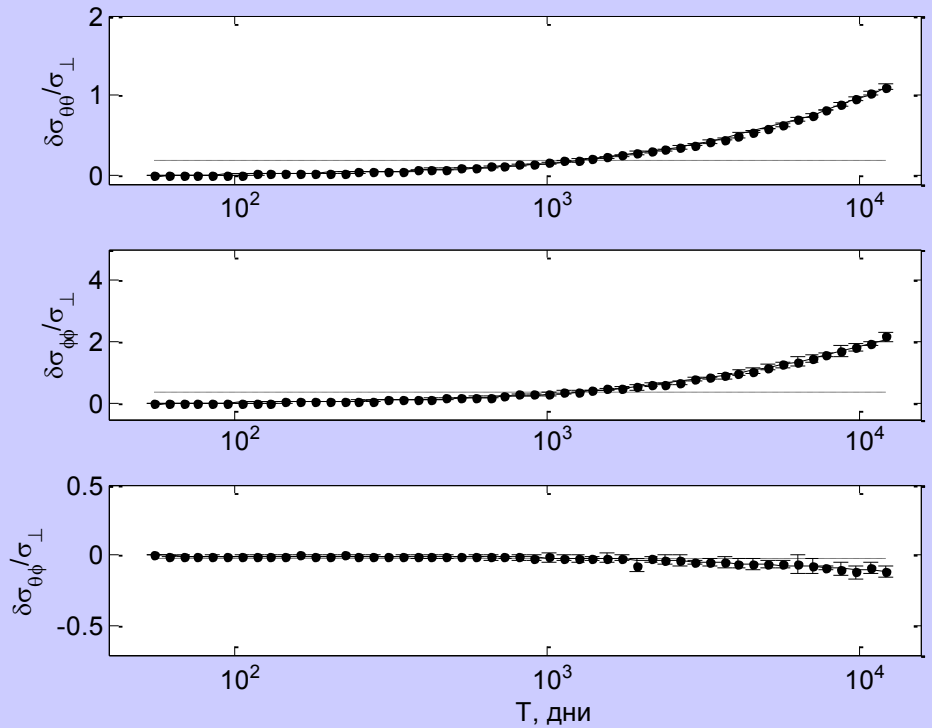
Компоненты тензора  $\delta\sigma_{gg}$  и  $\delta\sigma_{\varphi\varphi}$  заметно превосходят  $\delta\sigma_{g\varphi}$

**Относительные величины добавок  $\delta\sigma_{\vartheta\vartheta}, \delta\sigma_{\varphi\varphi}, \delta\sigma_{\vartheta\varphi}$  (вместе с с.к.о.) в тензор электропроводности в зависимости от временного периода (для модели среды и синтетических данных, пунктиром показаны найденные оптимальные значения добавок, частотная зависимость  $\sigma_{\perp}(\omega)$  учитывалась):**

2 - 7



2 - 16



## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

**Численные эксперименты с синтетическими данными подтверждают возможность выявления в нижней мантии слоя с металлическим состоянием магнезиевюстита при обработке геомагнитных данных мировой сети.**

**Инверсия реальных геомагнитных данных показывает рост электропроводности на глубинах более 1500 км, и даже формирование в нескольких случаях выделенного слоя повышенной электропроводности.**

**Предложен способ получения информации о тензоре электропроводности погруженного анизотропного слоя по геомагнитным данным, регистрируемым в настоящее время мировой сетью.**

**Результаты обработки реальных геомагнитных данных показывают, что анизотропия становится заметной для геомагнитных вариаций с периодом более 10 лет.**